ABAU **CÓDIGO 40**
Convocatoria ordinaria 2024
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Considere a ecuación matricial $X \cdot A + B = A \cdot B^t$, onde B^t denota a matriz trasposta de B, sendo A e B as matrices seguintes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcule, se é posible, a inversa da matriz A e o rango da matriz B.
b) Despexe a matriz X na ecuación matricial e, a continuación, calcule o seu valor.

EXERCICIO 2. Álxebra. Considere o sistema de inecuacións dado por:

$$x + 2y \leq 40 \qquad x + y \geq 5 \qquad 3x + y \leq 45 \qquad x \geq 0$$

a) Represente graficamente a rexión factible determinada polo sistema de inecuacións anterior e calcule os seus vértices.
b) Calcule o punto ou puntos desa rexión onde a función $f(x, y) = 2x - 3y$ alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo.

EXERCICIO 3. Análise. O número de vehículos vendidos por un concesionario ao longo do último ano estímase que vén dado pola función

$$N(t) = \begin{cases} 28 - (t-4)^2 \ , & 0 \leq t < 6 \\ (t-10)^2 + 8 \ , & 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido en meses.
a) Determine os períodos de crecemento e decrecemento do número de vehículos vendidos. Cal foi o maior número de vehículos vendidos? E o menor? En que momentos se produciron? Xustifique as súas respostas.
b) Coa información do apartado anterior, represente a gráfica da función.
c) Houbo algún período do ano no que o número de vehículos vendidos fora inferior a 12 unidades? Xustifique a súa resposta.

EXERCICIO 4. Análise. Considérese a seguinte función:

$$f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$$

onde a, b, c son números reais.
a) Calcular a, b, c sabendo que a función $f(x)$ pasa por (2,8) e que ten un extremo relativo en (0,16).
b) Para $a = b = 0$ e $c = 16$, calcule a área da rexión limitada pola función $f(x)$ e a recta $y = 8$.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Estímase que nunha poboación o 20% padece obesidade e que o 11% padece obesidade e son hipertensos. Ademais, o 27,5% dos hipertensos padecen obesidade.
a) Que porcentaxe da poboación padece obesidade ou é hipertenso?
b) Son independentes os sucesos "padecer obesidade" e "ser hipertensos"?
c) Calcule a probabilidade de que un individuo que non padece obesidade sexa hipertenso.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Pode supoñerse que o tempo de formación, en horas, que precisa un empregado dunha empresa para poder traballar nunha nova planta segue unha distribución normal con desviación típica igual a 15.
a) Se nunha mostra de 25 empregados, o tempo medio precisado foi de 97 horas, calcule un intervalo de confianza cun 95% de confianza para a media do tempo de formación precisado.
b) Se a media do tempo de formación precisado é μ=97 horas, cal é a probabilidade de que o tempo medio precisado de mostras de 36 traballadores se atope entre 90 e 104 horas?

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**ABAU** **Convocatoria ordinaria 2024** **MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II**	**CÓDIGO 40**

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Considere la ecuación matricial $X \cdot A + B = A \cdot B^t$, en donde B^t denota la matriz traspuesta de B, siendo A y B las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcule, si es posible, la inversa de la matriz A y el rango de la matriz B.
b) Despeje la matriz X en la ecuación matricial y, a continuación, calcule su valor.

EJERCICIO 2. Álgebra. Considere el sistema de inecuaciones dado por:

$$x + 2y \leq 40 \qquad x + y \geq 5 \qquad 3x + y \leq 45 \qquad x \geq 0$$

a) Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.
b) Calcule el punto o puntos de esa región donde la función $f(x,y) = 2x - 3y$ alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

EJERCICIO 3. Análisis. El número de vehículos vendidos por un concesionario a lo largo del último año se estima que viene dado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 28 - (t-4)^2 \ , & 0 \leq t < 6 \\ (t-10)^2 + 8 \ , & 6 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses.
a) Determine los períodos de crecimiento y decrecimiento del número de vehículos vendidos. ¿Cuál ha sido el mayor número de vehículos vendidos? ¿Y el menor? ¿En qué momentos se han producido? Justifique sus respuestas.
b) Con la información del apartado anterior, represente la gráfica de la función.
c) ¿Hubo algún período del año en el que el número de vehículos vendidos haya sido inferior a 12 unidades? Justifique su respuesta.

EJERCICIO 4. Análisis. Considérese la siguiente función:

$$f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$$

donde a, b, c son números reales.
a) Calcular a, b, c sabiendo que la función $f(x)$ pasa por (2,8) y que tiene un extremo relativo en (0,16).
b) Para $a = b = 0$ y $c = 16$, calcule el área de la región limitada por la función $f(x)$ y la recta $y = 8$.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. Se estima que en una población el 20% padece obesidad y que el 11% padece obesidad y son hipertensos. Además, el 27,5% de los hipertensos padecen obesidad.
a) ¿Qué porcentaje de la población padece obesidad o es hipertenso?
b) ¿Son independientes los sucesos "padecer obesidad" y "ser hipertensos"?
c) Calcule la probabilidad de que un individuo que no padece obesidad sea hipertenso.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Puede suponerse que el tiempo de formación, en horas, que necesita un empleado de una empresa para poder trabajar en una nueva planta sigue una distribución normal con desviación típica igual a 15.
a) Si en una muestra de 25 empleados, el tiempo medio necesario fue de 97 horas, calcule un intervalo de confianza con un 95% de confianza para la media del tiempo de formación precisado.
b) Si la media del tiempo de formación precisado es μ=97 horas, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio precisado de muestras de 36 trabajadores se encuentre entre 90 y 104 horas?

ABAU 2024

CONVOCATORIA ORDINARIA

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CC SOCIAIS II

(Cód. 40)

Só puntúan tres das seis preguntas.

1. **Álxebra**

   a) **1.5** puntos

   b) **1.83** puntos

2. **Álxebra**

   a) **2.5** puntos

   b) **0.83** puntos

3. **Análise**

   a) **2** puntos

   b) **0.5** puntos

   c) **0.83** puntos

4. **Análise**

   a) **1.83** puntos

   b) **1.5** puntos

5. **Estatística e Probabilidade**

   a) **1.33** puntos

   b) **1** punto

   c) **1** punto

6. **Estatística e Probabilidade**

   a) **1.83** puntos

   b) **1.5** puntos

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álxebra. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 3 & 3 & k \end{pmatrix}$$

a) Calcule para que valor de k **non** existe a matriz inversa de A.
b) Xustifique cal e o rango de A se k = – 5. **c)** Calcule a matriz A^{-1} (inversa de A) para k=-2.

EXERCICIO 2. Álxebra. Unha fábrica téxtil compra tea a dous distribuidores, A e B. Os distribuidores A e B venden a tea a 2 e 3 euros por metro, respectivamente. Cada distribuidor véndelle un mínimo de 200 metros e un máximo de 700 e para satisfacer a súa demanda, a fábrica debe comprar en total como mínimo 600 metros. A fábrica quere comprar ao distribuidor A, como máximo, o dobre de metros que ao distribuidor B.
a) Formule o problema que permite encontrar os metros que se deben comprar a cada un dos distribuidores para obter o mínimo custo.
b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
c) Calcule os metros que se deben comprar a cada un dos distribuidores para obter o mínimo custo e determine o devandito custo mínimo.

EXERCICIO 3. Análise. A función f(x)= a x^2 + b x + c, onde a, b, c son números reais pasa pola orixe de coordenadas e ten un máximo no punto P(4, 16).
a) Calcule os valores de a, b, c.
b) Realice a representación gráfica da función f(x) e determine a área comprendida entre a dita función e o eixe OX.

EXERCICIO 4. Análise. Unha fábrica produce un artigo de pesca deportiva e vende cada unidade a un prezo $P(x)$ (en euros) que depende do número total de unidades producidas x:

$$P(x) = -\frac{x^2}{20} + x + 55, \qquad 0 \leq x \leq 30\,.$$

Sábese que a produción de x unidades supón un custo fixo de 80 euros máis un custo variable de 11,25 euros por unidade.
a) Calcule as expresións das funcións de custo, ingreso e beneficio.
b) Como debe planificarse a produción para que o beneficio sexa máximo? A canto ascende o dito beneficio? Cal sería o prezo de venda por unidade nese caso?

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Nunha enquisa o 80% dos entrevistados di que le ou escoita música, o 35% fai as dúas cousas e o 60% non le.
Calcule as probabilidades de que unha persoa elixida ao azar:
a) Escoite música e non lea.
b) Lea e non escoite música.
c) Faga soamente unha das dúas cousas.
d) Son independentes os sucesos "escoitar música" e "ler"? Xustifique a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. A lonxitude (en centímetros) dos listóns de madeira que se producen nunha industria distribúese normalmente cunha desviación típica de $\sigma = 6$ centímetros.
a) Calcule un intervalo do 98% de confianza para a lonxitude media dos listóns tendo en conta que nun lote de 9 listóns se observou unha lonxitude media de 244 centímetros.
b) Se a lonxitude media dos listóns producidos é de $\mu = 244$ centímetros, cal é a probabilidade de que a lonxitude media dos listóns dun lote de $n = 16$ listóns sexa inferior a 242 centímetros?

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 3 & 3 & k \end{pmatrix}$$

a) Calcule para que valor de k **no** existe la matriz inversa de A.
b) Justifique cual es el rango de A si k = – 5. **c)** Calcule la matriz A^{-1} (inversa de A) para k=-2.

EJERCICIO 2. Álgebra. Una fábrica textil compra tela a dos distribuidores, A y B. Los distribuidores A y B venden la tela a 2 y 3 euros por metro, respectivamente. Cada distribuidor le vende un mínimo de 200 metros y un máximo de 700 y para satisfacer su demanda, la fábrica debe comprar en total como mínimo 600 metros. La fábrica quiere comprar al distribuidor A, como máximo, el doble de metros que al distribuidor B.
a) Plantee el problema que permite encontrar los metros que debe comprar a cada uno de los distribuidores para obtener el mínimo coste.
b) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
c) Calcule los metros que se deben comprar a cada distribuidor para obtener el mínimo coste y determine dicho coste mínimo.

EJERCICIO 3. Análisis. La función f(x)= a x^2 + b x + c, en donde a, b, c son números reales, pasa por el origen de coordenadas y tiene un máximo en el punto P (4, 16).
a) Calcule los valores de a, b, c.
b) Realice la representación gráfica de la función f(x) y determine el área comprendida entre dicha función y el eje OX.

EJERCICIO 4. Análisis. Una fábrica produce un artículo de pesca deportiva y vende cada unidad a un precio $P(x)$ (en euros) que depende del número total de unidades producidas x:

$$P(x) = -\frac{x^2}{20} + x + 55, \qquad 0 \leq x \leq 30\,.$$

Se sabe que la producción de x unidades supone un coste fijo de 80 euros más un coste variable de 11,25 euros por unidad.
a) Calcule las expresiones de las funciones de coste, ingreso y beneficio.
b) ¿Cómo debe planificarse la producción para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? ¿Cuál sería el precio de venta por unidad en ese caso?

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. En una encuesta el 80% de los entrevistados dice que lee o escucha música, el 35% hace las dos cosas y el 60% no lee.
Calcule las probabilidades de que una persona elegida al azar:
a) Escuche música y no lea.
b) Lea y no escuche música.
c) Haga solamente una de las dos cosas.
d) ¿Son independientes los sucesos “escuchar música” y “leer”? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. La longitud (en centímetros) de los listones de madera que se producen en una industria se distribuye normalmente con una desviación típica de $\sigma = 6$ centímetros.
a) Calcule un intervalo del 98% de confianza para la longitud media de los listones teniendo en cuenta que en un lote de 9 listones se ha observado una longitud media de 244 centímetros.
b) Si la longitud media de los listones producidos es de $\mu = 244$ centímetros, ¿cuál es la probabilidad de que la longitud media de los listones de un lote de $n = 16$ listones sea inferior a 242 centímetros?

ABAU 2024

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CC SOCIAIS II
(Cód. 40)

Só puntúan tres das seis preguntas.

1. **Álxebra**

   a) **1,33** puntos

   b) **0,5** puntos

   c) **1,5** puntos

2. **Álxebra**

   a) **1** punto

   b) **1,5** puntos

   c) **0,83** puntos

3. **Análise**

   a) **1,5** puntos

   b) **1,83** puntos

4. **Análise**

   a) $\mathbf{1,33}$ puntos

   b) $\mathbf{2}$ puntos

5. **Estatística e Probabilidade**

   a) $\mathbf{1,33}$ puntos b) $\mathbf{0,5}$ puntos c) $\mathbf{0,75}$ puntos d) $\mathbf{0,75}$ puntos

6. **Estatística e Probabilidade**

   a) $\mathbf{1,83}$ puntos

   b) $\mathbf{1,5}$ puntos

1. $X \cdot A + B = A \cdot B^t$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad .$$

a) Calcule A^{-1} y rango B

$$\det A = -1 \qquad A^* = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (A^*)^t = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\ (A^*)^t = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$\det B = 0 \Rightarrow rango\ B \neq 3$ Como $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \Rightarrow rango\ B = 2$

b) $X \cdot A + B = A \cdot B^t \Rightarrow X \cdot A = A \cdot B^t - B \Rightarrow X = (AB^t - B)A^{-1}$

$$AB^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$AB^t - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

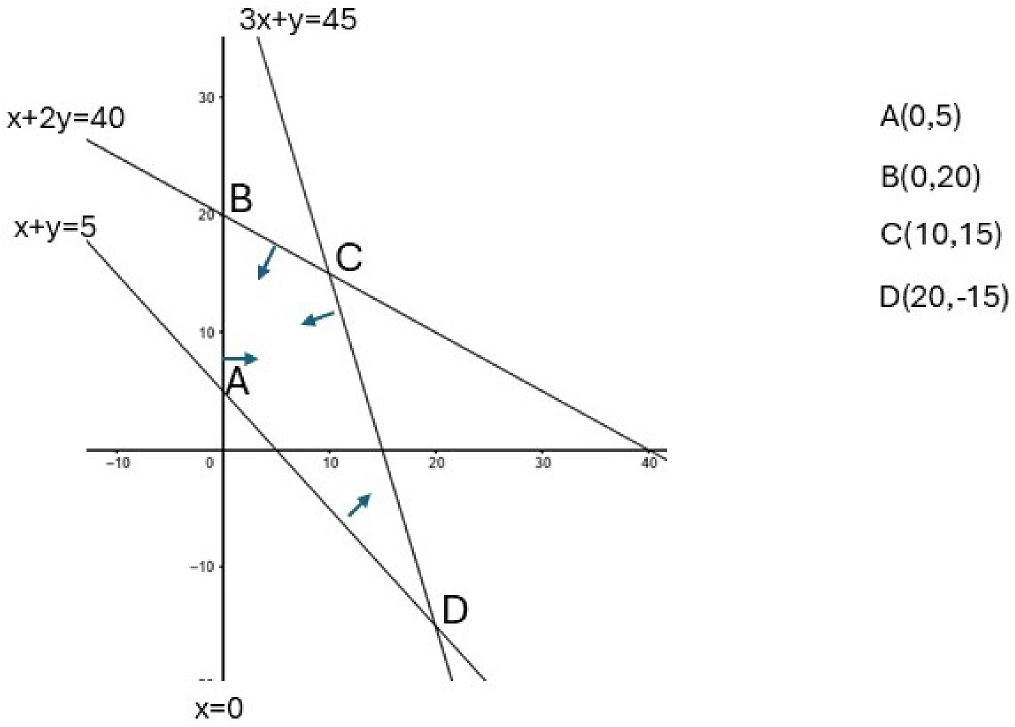
$$(AB^t - B)A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -6 & 7 & 4 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

Polo tanto, a matriz $\boldsymbol{X}$ pedida é a seguinte:

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-6} & \mathbf{7} & \mathbf{4} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-3} & \mathbf{0} \end{pmatrix}.$$

2.

a) Restricións: $x + 2y \leq 40$ $\quad x + y \geq 5$ $\quad 3x + y \leq 45$ $\quad x \geq 0$



A rexión factible determinada polas restricións ten coma vértices A, B, C e D

$$A: \left.\begin{matrix} x = 0 \\ x + y = 5 \end{matrix}\right\} A(0,5) \qquad B: \left.\begin{matrix} x = 0 \\ x + 2y = 40 \end{matrix}\right\} B(0,20)$$

$$C: \left.\begin{matrix} 3x + y = 45 \\ x + 2y = 40 \end{matrix}\right\} C(10,15) \qquad D: \left.\begin{matrix} x + y = 5 \\ 3x + y = 45 \end{matrix}\right\} D(20,-15)$$

b)

$$f(x,y) = 2x - 3y$$

$f(A) = -15$
$f(B) = -60 \quad \rightarrow \quad Mínimo$
$f(C) = -25$
$f(D) = 85 \quad \rightarrow \quad Máximo$

f acada o seu máximo no vértice D(20,-15)
f acada o seu mínimo no vértice B(0,20)

3.

Temos a seguinte función

$$N(t) = \begin{cases} 28-(t-4)^2 \ , & 0 \le t < 6 \\ (t-10)^2+8 \ , & 6 \le t \le 12 \end{cases}$$

a)

Determinación dos períodos de crecemento e decrecemento.

En $(0,6)$, $N(t) = 28-(t-4)^2$ polo tanto $N'(t) = -2(t-4)$ co que $N'(t) = 0$ se $t = 4$ co que $t = 4$ sería un punto crítico.

Coma en $(0,4)$ $N'(t) > 0 \Rightarrow N$ é crecente.

Coma en $(4,6)$ $N'(t) < 0 \Rightarrow N$ é decrecente. A función tería un máximo relativo en $t = 4$, $N(4) = 28$.

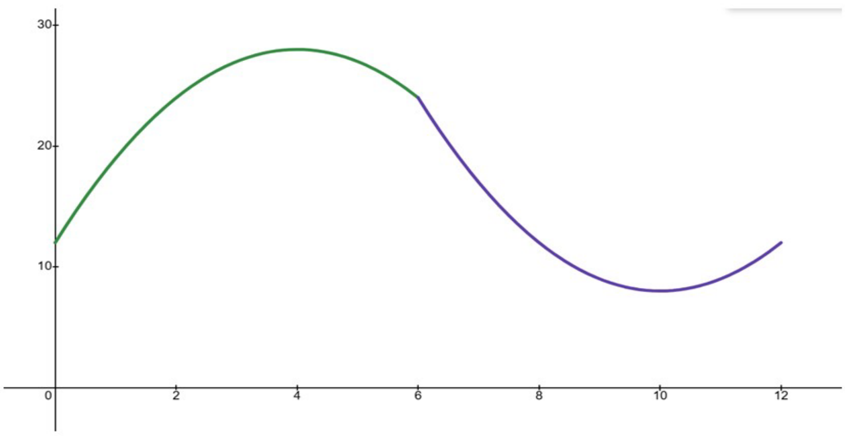
En $(6,12)$, $N(t) = (t-10)^2+8$ polo tanto $N'(t) = 2(t-10)$ co que $N'(t) = 0$ se $t = 10$ co que $t = 10$ sería un punto crítico.

Coma en $(6,10)$ $N'(t) < 0 \Rightarrow N$ é decrecente.

Coma en $(10,12)$ $N'(t) > 0 \Rightarrow N$ é crecente. A función tería un mínimo relativo en $t = 10$, $N(10) = 8$.

O número de vehículos vendidos crece dende o inicio do ano ata transcorridos 4 meses ($t = 4$), logo decrece ata transcorridos 10 meses ($t = 10$) e finalmente crece dende transcorridos 10 meses ata finalizar o ano. O maior número de vehículos vendidos foi 28 (transcorridos 4 meses). O menor número de vehículos vendidos foi 8 (transcorridos 10 meses).

b) Coa información anterior e tendo en conta que $N(0) = 12$ e $N(12) = 12$



c) Para que $N(t) < 12$

En $(0,6)$, $N(t) = 28-(t-4)^2 < 12 \ \Rightarrow 16 < (t-4)^2 \Rightarrow \begin{cases} t < 0 \\ t > 8 \end{cases} \Rightarrow N(t) > 12$ en $(0,6)$

En $(6,12)$, $N(t) = (t-10)^2+8 < 12 \ \Rightarrow (t-10)^2 < 4 \Rightarrow \begin{cases} t > 8 \\ t < 12 \end{cases} \Rightarrow N(t) < 12$ si $8 < t < 12$

O número de vehículos vendido foi inferior a 8 unidades no período que vai dende transcorridos 8 meses ata rematar o ano.

4.
Dada a función

$$f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$$

onde a, b, c son números reais.
a)

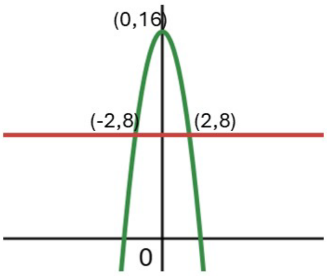
Sabendo que $f(x)$ pasa por (2,8) e que ten un extremo relativo en (0,16), temos entón que $f(2) = 8, f(0) = 16$ e $f'(0) = 0$

Coma $f'(x) = 3ax^2 - 4x + b \Rightarrow f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$.
$f(0) = 16 \Rightarrow c = 16$.
$f(2) = 8a - 8 + 16 = 8 \Rightarrow 8a + 8 = 8 \Rightarrow a = 0$.

Temos entón que $a = b = 0$ e $c = 16$.

b)

$f(x) = -2x^2 + 16$ e $y = 8 \Rightarrow -2x^2 + 16 = 8 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$



b)
Entón a área da rexión limitada pola función e a recta é igual a:

$$\int_{-2}^{2} (-2x^2 + 16 - 8)dx = \int_{-2}^{2} (-2x^2 + 8)dx = \left(-\frac{2}{3}x^3 + 8x\right]_{-2}^{2} = -\frac{16}{3} + 16 - \frac{16}{3} + 16 = \frac{64}{3}u^2$$

5.

Se denotamos por O=”Obesidade” e H=”Hipertensión”, temos que $P(0) = 0{,}2$, $P(O \cap H) = 0{,}11$ e $P(O|H) = 0{,}275$

a)

$P(O \cup H) = P(O) + P(H) - P(O \cap H) = 0{,}2 + 0{,}4 - 0{,}11 = 0{,}49$, polo que a porcentaxe pedida sería o 49%

Para calcular $P(H)$ empregamos que

$$P(O|H) = \frac{P(O \cap H)}{P(H)} \Rightarrow P(H) = \frac{P(O \cap H)}{P(O|H)} = \frac{0{,}11}{0{,}275} = 0{,}4.$$

b)

Coma $P(O \cap H) = 0{,}11$ e $P(O) \times P(H) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$. Entón $P(O \cap H) \neq P(O) \times P(H)$ polo que os sucesos O e H non son independentes.

c)

$$P(H|\bar{O}) = \frac{P(H \cap \bar{O})}{P(\bar{O})} = \frac{P(H) - P(H \cap O)}{1 - P(O)} = \frac{0{,}4 - 0{,}11}{1 - 0{,}2} = 0{,}3625.$$

(Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa).

6. $X =$ "Tempo de formación".

$$X \to N(\mu, 15)$$

a)

O intervalo de confianza con nivel de confianza 1-α para μ ven dado por:

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,;\bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Coma $\bar{x} = 97$, $n = 25$ e $1 - \alpha = 0{,}95$, temos que $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,025} = 1{,}96$

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,;\bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(97 - 1{,}96\frac{15}{\sqrt{25}}, 97 + 1{,}96\frac{15}{\sqrt{25}}\right) = (91{,}12\,; 102{,}88)_{95\,\%}$$

b)

Pídese calcular $P(90 < \bar{X} < 104)$

Coma $\bar{X} \to N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ temos que $\bar{X} \to N(97\,;\ 2{,}5)$

$$P(90 < \bar{X} < 104) = P\left(\frac{90 - 97}{2{,}5} < Z < \frac{104 - 97}{2{,}5}\right) = P(-2{,}8 < Z < 2{,}8) =$$

$$= P(Z < 2{,}8) - P(Z < -2{,}8) = P(Z < 2{,}8) - \big(1 - P(Z > -2{,}8)\big) =$$

$$= P(Z < 2{,}8) - \big(1 - P(Z < 2{,}8)\big) = 0{,}9974 - (1 - 0{,}9974) = 0{,}9948.$$

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**ABAU 2024** **MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II** **Convocatoria Extraordinaria**	**CÓDIGO 40**

1. Dada a matriz A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 3 & 3 & k \end{pmatrix}$$

a)

Calcule o valor de k para que A non teña inversa. Nese caso o determinante de A ten que ser 0

$$\det A = k - 6 - 24 + 3 + 12 - 4k = -3k - 15 \Rightarrow -3k - 15 = 0 \Rightarrow k = -5$$

Polo tanto A non ten inversa se $\boldsymbol{k = -5}$

b)

Se $k = -5$, $\det A = 0 \Rightarrow rango\ A \leq 2$

Como $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \Rightarrow \boldsymbol{rango\ A = 2}.$

c)

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}(A^*)^t$$

Para $k = -2$, tenemos que $\det A = -3k - 15 = -9$

$$A^* = \begin{pmatrix} 10 & -8 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ -7 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Polo tanto, a inversa da matriz A é a seguinte:

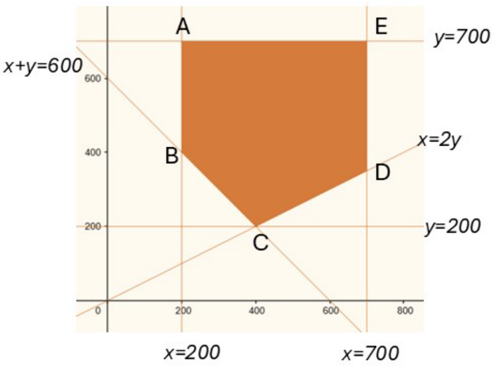
$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}(A^*)^t = \begin{pmatrix} -\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{9}} & -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}} & \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{9}} \\ \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{9}} & -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}} & -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{9}} \\ -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} & -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} & \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \end{pmatrix}.$$

2. Sexan X=”Metros comprados ao distribuidor A” e Y=”Metros comprados ao distribuidor B”

a)
O problema é $f(x,y) = Min\ 2x + 3y$ suxeito ás seguintes restricións

$x \geq 200 \qquad y \geq 200 \qquad x \leq 700 \qquad y \leq 700 \qquad x + y \geq 600 \qquad x \leq 2y$

b)
A rexión factible e os vértices son os seguintes:



A(200,700)
B(200,400)
C(400,200)
D(700,350)
E(700,700)

A rexión factible determinada polas restricións ten coma vértices A, B, C, D e E

$A: \left.\begin{matrix} x = 200 \\ y = 700 \end{matrix}\right\} A(200,700) \qquad B: \left.\begin{matrix} x = 200 \\ x + y = 600 \end{matrix}\right\} B(200,400) \qquad C: \left.\begin{matrix} y = 200 \\ x = 2y \end{matrix}\right\} C(400,200)$

$D: \left.\begin{matrix} x = 700 \\ x = 2y \end{matrix}\right\} D(700,350) \qquad E: \left.\begin{matrix} x = 700 \\ y = 700 \end{matrix}\right\} E(700,700)$

b)

$$f(x,y) = 2x + 3y$$

$f(A) = 2500 \qquad f(B) = 1600 \qquad \boldsymbol{f(C) = 1400 \rightarrow\ Mínimo} \qquad f(D) = 2450 \qquad f(E) = 3500$

A función f acada o seu mínimo no vértice C(400,200). Para obter o mínimo custo debe comprar 400 metros ao distribuidor A e 200 metros ao distribuidor B.

3.

Temos a función f(x)= a x^2 + b x + c, que pasa pola orixe de coordenadas e ten un máximo en P(4, 16).

a)

Sabendo que $f(x)$ pasa por (4,16), por (0,0) e ten un máximo (4,16), temos entón que $f(0)=0, f(4)=16$ e $f'(4)=0$

Coma
$f(0)=c \Rightarrow c=0$
$f(4)=16a+4b \Rightarrow 16a+4b=16$
$f'(x)=2ax+b \Rightarrow f'(4)=8a+b \Rightarrow 8a+b=0 \Rightarrow b=-8a$

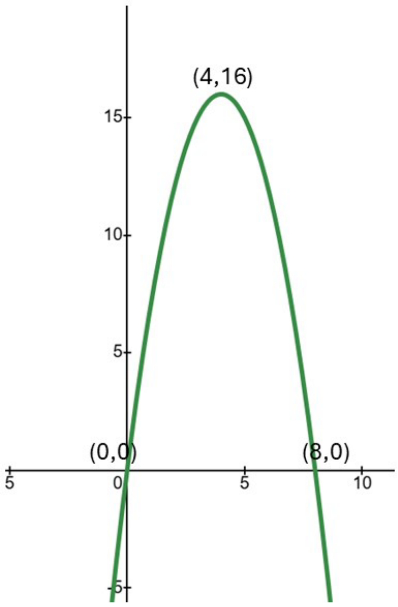
Polo que $16a+4b=16a-32a=-16a=16 \Rightarrow a=-1 \Rightarrow b=8$

Temos entón que $\boldsymbol{a=-1, b=8}$ **e** $\boldsymbol{c=0}$, polo que $f(x)=-x^2+8x$.

b)

A función $f(x)=-x^2+8x$ ten un máximo en $(4,16)$

$f(x)=-x^2+8x=0$ Entón coma $-x^2+8x=x(8-x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=8 \end{cases}$



Entón a área da rexión limitada pola función e o eixe OX é:

$$\int_0^8 f(x)dx = \int_0^8 (-x^2+8x)dx = \left(-\frac{1}{3}x^3+4x^2\right]_0^8 = -\frac{8^3}{3}+4\times 8^2 = \mathbf{85,33}\boldsymbol{u^2}$$

4.

Temos a seguinte función

$$P(x) = -\frac{x^2}{20} + x + 55, \qquad 0 \le x \le 30\,.$$

a)

Sábese que a produción de x unidades supón un custo fixo de 80 euros máis un custo variable de 11,25 euros por unidade.

Función de coste:

$$f(x) = 80 + 11{,}25x$$

Función de ingresos:

$$g(x) = \left(-\frac{x^2}{20} + x + 55\right)x = -\frac{x^3}{20} + x^2 + 55x$$

Función de beneficios:

$$B(x) = g(x) - f(x) = \left(-\frac{x^3}{20} + x^2 + 55x\right) - (80 + 11{,}25x\,) = -\frac{x^3}{20} + x^2 + 43{,}75x - 80$$

b)

Para calcular o beneficio máximo

$$B'(x) = -\frac{3x^2}{20} + 2x + 43{,}75$$

Para que $B'(x) = 0$, teríamos o seguinte:

$$x = \frac{-2 \mp \sqrt{4 + \frac{12}{20} \times 43{,}75}}{-\frac{6}{20}} \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ x = -\frac{70}{6} \end{cases} \Rightarrow x = 25, \text{ xa que non pode ser negativo}$$

O beneficio nese caso sería igual a:

$$B(25) = -\frac{25^3}{20} + 25^2 + 43{,}75 \times 25 - 80 = 857{,}5$$

O prezo por unidade de produto sería igual a:

$$P(25) = -\frac{25^2}{20} + 25 + 55 = 48{,}75$$

5.

Se denotamos por A=”Escoitar música” e B=”Ler”, temos que $P(A \cup B) = 0{,}8$, $P(A \cap B) = 0{,}25$ e $P(\bar{B}) = 0{,}6$

a)

$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}75 - 0{,}35 = 0{,}4.$

Para calcular $P(A)$ empregamos que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0{,}8 = P(A) + 0{,}4 - 0{,}35 \Rightarrow P(A) = 0{,}75$$

b)

$$P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0{,}4 - 0{,}35 = 0{,}05.$$

c)

$$P(B \cap \bar{A}) + P(A \cap \bar{B}) = 0{,}4 + 0{,}05 = 0{,}45.$$

d)

$$\begin{cases} P(A \cap B) = 0{,}35 \\ P(A) \times P(B) = 0{,}4 \times 0{,}75 = 0{,}3 \end{cases} \Rightarrow P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$$

Entón os sucesos A e B non son independentes.

(Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa).

6. $X =$ "Lonxitude".

$$X \to N(\mu, 6)$$

a)

O intervalo de confianza con nivel de confianza 1-α para μ ven dado por:

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Coma $\bar{x} = 244$, $n = 9$ e $1 - \alpha = 0{,}98$, temos que $z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0,01} = 2{,}33$

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(244 - 2{,}33 \frac{6}{\sqrt{9}}, 244 + 2{,}33 \frac{6}{\sqrt{9}}\right) = (239{,}34 ; 248{,}66)_{98\,\%}$$

b)

Pídese calcular $P(\bar{X} < 242)$

Coma $\bar{X} \to N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ temos que $\bar{X} \to N(244 ;\ 1{,}5)$

$$P(\bar{X} < 242) = P\left(Z < \frac{242 - 244}{1{,}5}\right) = P(Z < -1{,}33) =$$

$$= 1 - P(Z > -1{,}33) = 1 - P(Z < 1{,}33) = 1 - 0{,}9082 = 0{,}0918.$$