ELECTROMAGNETISMO. PROBLEMAS

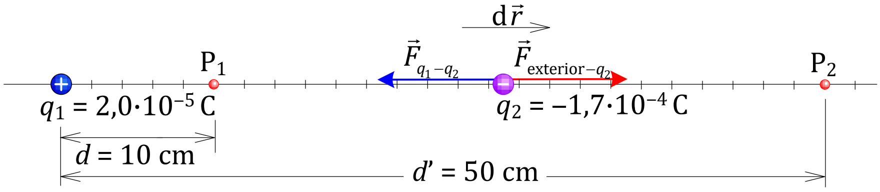
1. Dúas cargas eléctricas, q_1 de $2{,}0 \cdot 10^{-5}$ C e q_2 de $-1{,}7 \cdot 10^{-4}$ C distan entre si 10 cm.

a) Que traballo haberá que realizar sobre a segunda carga para afastala da primeira carga desde a posición na que se atopa ata una distancia de 50 cm na mesma dirección?
b) Que forza se exercerán mutuamente a esa distancia?

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².

a) O traballo W realizado pola forza eléctrica do campo, cando a carga q_2 vai dende un punto de potencial V_1 a outro de potencial V_2, obtense coa expresión: $W_{1\to2} = -q_2 \cdot (V_2 - V_1)$.

Polo tanto, temos que calcular o potencial xerado pola carga q_1 nos puntos inicial e final entre os que se despraza a carga q_2.



O potencial xerado por unha carga q a unha distancia r vén dado pola expresión: $V = K \cdot \dfrac{q}{r}$.

$$V_{\text{de } q_1 \text{ en P}_1} = \frac{K \cdot q_1}{r_{q_1-\text{P}_1}} \to V_{\text{de } q_1 \text{ en P}_1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-5}}{10 \cdot 10^{-2}} \to V_{\text{de } q_1 \text{ en P}_1} = 1{,}8 \cdot 10^6 \text{ V}$$

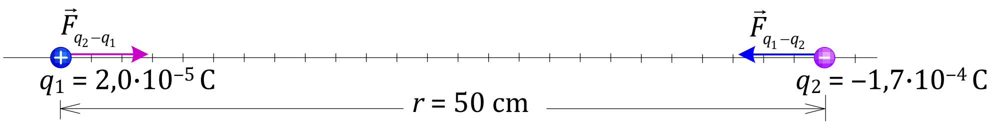
$$V_{\text{de } q_1 \text{ en P}_2} = \frac{K \cdot q_1}{r_{q_1-\text{P}_2}} \to V_{\text{de } q_1 \text{ en P}_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-5}}{50 \cdot 10^{-2}} \to V_{\text{de } q_1 \text{ en P}_2} = 3{,}6 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Agora podemos calcular o traballo desenvolto pola forza eléctrica cando a carga q_2 se despraza de P_1 a P_2.

$$W_{1\to2} = -q_2 \cdot (V_2 - V_1) \to W_{1\to2} = -\left[-1{,}7 \cdot 10^{-4} \cdot \left(3{,}6 \cdot 10^5 - 1{,}8 \cdot 10^6\right)\right] \to W_{1\to2} = -2{,}45 \cdot 10^2 \text{ J}$$

Sabemos que as cargas negativas se desprazan espontaneamente das zonas de menor potencial cara ás de maior potencial. Neste caso a carga q_2 de $-1{,}7 \cdot 10^{-4}$ C vai desde o punto P_1, de potencial $1{,}8 \cdot 10^6$ V, ata o P_2, de potencial $3{,}6 \cdot 10^5$ V; isto é: de máis a menos potencial, e q_2 non se despraza de forma espontánea, senón por acción dunha forza exterior. Se $\vec{F}_{\text{exterior}} = -\vec{F}_{\text{eléctrica}}$, a carga desprázase con movemento rectilíneo uniforme, sendo: $W_{\text{forza exterior}} = -W_{\text{forza eléctrica}} \to \boxed{W_{\text{forza exterior}} = 2{,}45 \cdot 10^2 \text{ J}}$

b) Para determinar a forza que se exercen mutuamente dúas cargas eléctricas, q_1 e q_2, situadas a unha certa distancia r unha da outra, empregaremos a Lei de Coulomb, que nos di que o módulo de dita forza é directamente proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao cadrado da distancia que as separa: $\left|\vec{F}\right| = K \cdot \dfrac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2}$



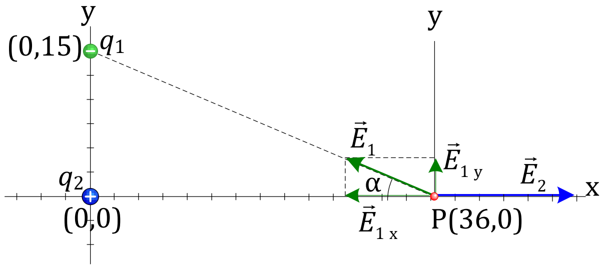
$$F_{q_1-q_2} = F_{q_2-q_1} = \frac{K \cdot |q_1 \cdot q_2|}{r_{1-2}^2} \to F_{q_1-q_2} = F_{q_2-q_1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-4}}{\left(50 \cdot 10^{-2}\right)^2} \to \boxed{F_{q_1-q_2} = F_{q_2-q_1} = 122{,}4 \text{ N}}$$

2. No punto A de coordenadas (0,15) hai unha carga de $-6{,}0 \cdot 10^{-5}$ C e na orixe de coordenadas hai outra de $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ C. Calcula:

a) A intensidade do campo eléctrico resultante no punto P de coordenadas (36,0).
b) O potencial resultante nese punto.

Dato: As coordenadas exprésanse en metros, $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².

a) A intensidade do campo eléctrico $\vec{E}$ creado por unha carga eléctrica puntual q á distancia r é unha magnitude vectorial, que calculamos a partir da expresión: $\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$, sendo $\vec{u}_r$ o vector unitario do vector de posición: vector que marca a posición do punto onde buscamos a intensidade de campo respecto ao punto no que se atopa a carga creadora do campo.



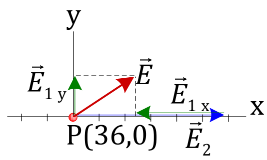
As cargas q_1 e q_2 crean cada unha delas un campo no punto P e a intensidade total do campo creado polas dúas cargas obtense como a suma vectorial das intensidades dos campos creados por cada unha delas: principio de superposición, $\vec{E}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{i=2} \vec{E}_i$, sendo: $E_i = \frac{K \cdot q_i}{r_i^2}$.

$$E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-5}}{\left(\sqrt{36^2 + 15^2}\right)^2} \rightarrow E_1 = 355{,}0 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$E_{1x} = E_1 \cdot \cos\alpha \rightarrow E_{1x} = 355{,}0 \cdot \frac{36}{\sqrt{36^2 + 15^2}} \rightarrow E_{1x} = 327{,}7 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$E_{1y} = E_1 \cdot \operatorname{sen}\alpha \rightarrow E_{1y} = 355{,}0 \cdot \frac{15}{\sqrt{36^2 + 15^2}} \rightarrow E_{1y} = 136{,}5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_1 = -327{,}7\,\vec{i} + 136{,}5\,\vec{j} \left(\text{N} \cdot \text{C}^{-1}\right)$$



$$E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4}}{36^2} \rightarrow E_2 = 1041{,}7 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_2 = 1041{,}7\,\vec{i} \left(\text{N} \cdot \text{C}^{-1}\right)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \rightarrow \vec{E} = -327{,}7\,\vec{i} + 136{,}5\,\vec{j} + 1041{,}7\,\vec{i} \rightarrow \boxed{\vec{E} = 714{,}0\,\vec{i} + 136{,}5\,\vec{j} \left(\text{N} \cdot \text{C}^{-1}\right)}$$

$$E = \sqrt{714{,}0^2 + 136{,}5^2} \rightarrow \boxed{E = 726{,}9 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}}$$

b) O potencial eléctrico V creado por unha carga eléctrica puntual q nun punto do seu campo é unha magnitude escalar, directamente proporcional á carga creadora e inversamente proporcional á distancia r que vai desde o punto á carga, e vén dado pola expresión: $V = K \cdot \frac{q}{r}$

Cando son dúas as cargas, cada unha crea o seu propio potencial e, en consecuencia, o potencial total será a suma alxébrica dos potenciais, isto é, coma no caso das forzas: aplícase o principio de superposición, coa diferenza de que, como os potenciais son magnitudes escalares, a suma será alxébrica.

O potencial creado pola carga q_1 será: $V_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-6{,}0 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{36^2 + 15^2}} \rightarrow V_1 = -1{,}385 \cdot 10^4$ V

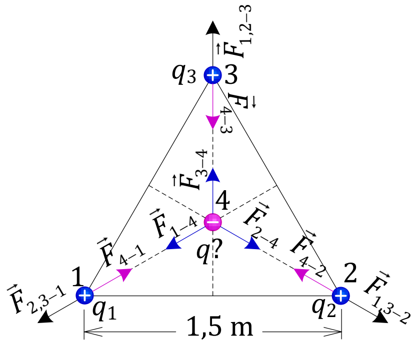
Para o caso de q_2 resulta: $V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1{,}5 \cdot 10^{-4}}{36} \rightarrow V_2 = 3{,}750 \cdot 10^4$ V

E o potencial total é: $V = V_1 + V_2 \rightarrow V = -1{,}385 \cdot 10^4 + 3{,}750 \cdot 10^4 \rightarrow \boxed{V = 2{,}365 \cdot 10^4 \text{ V}}$

3. Tres cargas puntuais e iguais de 5,0 μC cada unha están situadas nos vértices dun triángulo equilátero de 1,5 m de lado.

a) Onde debe colocarse unha cuarta carga q e cal debe ser o seu valor para que o sistema formado polas cattro cargas estea en equilibrio?
b) Calcula o traballo necesario para levar esa cuarta carga q desde o centro do triángulo até o centro dun lado.
c) Interpreta fisicamente o significado do signo do traballo.

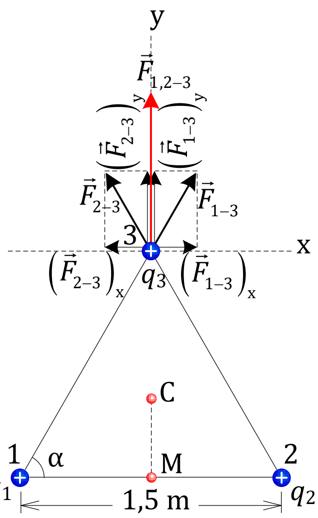
Datgo: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².



a) Para que unha cuarta carga eléctrica q ó deixala en repouso estea en equilibrio, a resultante das forzas que han de actuar sobre ela ten que ser nula (primeira lei de Newton). Por simetría, o lugar onde se cumpre esta condición é no punto centro do triángulo: Nel, calquera carga en valor e signo, vai estar en equilibrio: $\vec{F}_{\text{total sobre } q(4)} = \vec{F}_{1-4} + \vec{F}_{2-4} + \vec{F}_{3-4} = \vec{0}$.

Pero para que as cargas situadas nos vértices do triángulo estean en equilibrio hai de ocorrer que a forza que a cuarta carga exerce sobre cada unha delas hai de ser oposta á forza á que, debido ás restantes cargas dos vértices, están sometidas.

Calculamos agora a forza á que está sometida a carga de cada vértice por encontrarse no campo eléctrico das cargas que están nos outros dous vértices:



$$\vec{F}_{q_i-q} = \sum_{i=1}^{i=2} \vec{F}_{q_i-q}, \text{ sendo: } F_{q_i-q} = \frac{K \cdot |q_i \cdot q|}{r_i^2}$$

$$F_{1-3} = F_{2-3} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-6}}{1{,}5^2} \rightarrow F_{1-3} = F_{2-3} = 0{,}1 \text{ N}$$

$$(F_{1-3})_x = F_{1-3} \cos\alpha \rightarrow (F_{1-3})_x = 0{,}1 \cdot \cos 60^\circ \rightarrow (F_{1-3})_x = 0{,}05 \text{ N}$$

$$(F_{1-3})_y = F_{1-3} \text{ sen } \alpha \rightarrow (F_{1-3})_y = 0{,}1 \cdot \text{sen } 60^\circ \rightarrow (F_{1-3})_y = 0{,}087 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{1,2-3} = \vec{F}_{1-3} + \vec{F}_{2-3} = (F_{1-3})_y \, \vec{j} + (F_{2-3})_y \, \vec{j}$$

$$\vec{F}_{1,2-3} = 0{,}087 \, \vec{j} + 0{,}087 \, \vec{j} \rightarrow \vec{F}_{1,2-3} = 0{,}174 \, \vec{j} \text{ (N)}$$

$$\left.\begin{array}{l} F_{4-3} = F_{1,2-3} \\ \left.\begin{array}{l} F_{4-3} = \dfrac{K \cdot |q_4 \cdot q_3|}{r_{4-3}^2} \\ q_3 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \\ r_{4-3} = \dfrac{2}{3} \cdot \sqrt{1{,}5^2 - \left(\dfrac{1{,}5}{2}\right)^2} = 0{,}866 \text{ m} \end{array}\right\} \rightarrow F_{4-3} = 6{,}00 \cdot 10^4 \cdot q_4 \text{ N} \\ F_{1,2-3} = 0{,}174 \text{ N} \end{array}\right\} \rightarrow 6{,}00 \cdot 10^4 \cdot q_4 = 0{,}174 \rightarrow q_4 = 2{,}9 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Como a forza que a carga q_4 exerce sobre unha calquera das cargas dos vértices ten que ser atractiva, o signo das cargas que interaccionan son opostos e, polo tanto, o signo da cuarta carga q_4 é negativo: $\boxed{q_4 = -2{,}9 \cdot 10^{-6} \text{ C}}$.

b) O traballo realizado pola forza do campo para levar a cuarta carga, q_4, dende o centro do cadrado, C, ata o punto medio, M, dun dos lados vén definido, nun campo conservativo, por: $W_{C\rightarrow M} = -\Delta E_p = -q_4 \cdot \Delta V = -q_4 \cdot (V_M - V_C)$, onde $V = K \cdot \dfrac{q}{r}$.

Calculamos o valor do potencial V para cada un dos puntos debido ás tres cargas:

$$V_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}}{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{1{,}5^2 - \left(\frac{1{,}5}{2}\right)^2}} \right) \cdot 3 \rightarrow V_C = 155889 \text{ V}$$

$$V_M = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1{,}5^2 - \left(\frac{1{,}5}{2}\right)^2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}}{\frac{1{,}5}{2}} \cdot 2 \rightarrow V_M = 154641 \text{ V}$$

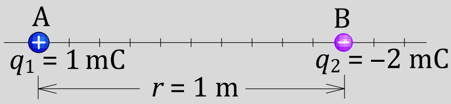
O valor do traballo realizado pola forza eléctrica é:

$$W_{C\rightarrow M} = -\left(-2{,}9 \cdot 10^{-6}\right) \cdot (154641 - 155889) \rightarrow W_{C\rightarrow M} = -3{,}62 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

Sabemos que as cargas negativas se desprazan por acción da forza do campo desde as zonas de menos potencial cara ás de máis potencial. Neste caso a carga q_4 de $-2{,}9 \cdot 10^{-6}$ C vai desde o punto C, de potencial 155889 V, ata o M, de potencial 154641 V; isto é: de máis a menos potencial, e q_4 non se despraza debido á forza eléctrica, senón por acción dunha forza exterior. Se $\vec{F}_{\text{exterior}} = -\vec{F}_{\text{eléctrica}}$, a carga desprázase con movemento rectilíneo uniforme, sendo: $W_{\text{forza exterior}} = -W_{\text{forza eléctrica}}$, e o traballo que se realiza para desprazar a carga é: $\boxed{W_{\text{forza exterior}} = 3{,}62 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$.

O signo negativo do traballo realizado pola forza do campo débese a que o sentido de desprazamento da carga é contrario ó da forza eléctrica (a carga desprázase en contra das forzas do campo) e, en consecuencia, hai que aplicar unha forza exterior contraria á forza eléctrica, forza que ó desprazarse realiza un traballo e causa un incremento da enerxía potencial do sistema.

4. Dúas cargas de +1 mC e −2 mC están situadas, respectivamente, nos puntos A e B, separados entre si 1 m, como se indica na figura. Considerando a recta que pasa polas dúas cargas:



a) Analiza cualitativamente en que puntos se podería anular o campo eléctrico.
b) Determina o punto ou puntos nos que se anula o campo eléctrico.
c) Determina o punto ou os puntos pertencentes á recta que une as cargas nos que se anula o potencial eléctrico.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².

a) A intensidade de campo eléctrico dunha carga puntual q é unha magnitude vectorial, que se calcula coa expresión: $\vec{E} = K \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{u}_r$, sendo $\vec{u}_r$ o vector unitario do vector de posición $\vec{r}$: vector que marca a posición do punto onde buscamos a intensidade de campo respecto ao punto no que se atopa a carga que crea o campo.

Ó tratarse de dúas cargas, a intensidade total obtense como a suma vectorial das intensidades creadas por cada unha das cargas: principio de superposición, $\vec{E}_{\text{total}} = \sum_{i=1}^{i=2} \vec{E}_i$.

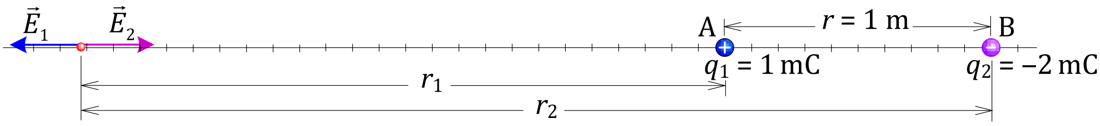
E para que $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{0}$, sucede que: $\vec{E}_1 = -\vec{E}_2 \rightarrow \begin{cases} E_1 = E_2 \\ \text{dirección de } \vec{E}_1 = \text{dirección de } \vec{E}_2 \\ \text{sentido de } \vec{E}_1 \text{ contrario ó de } \vec{E}_2 \end{cases}$

Como en valor absoluto q_1 é menor que a q_2, para que E_1 e E_2 sexan iguais hai de ocorrer que $r_1 < r_2$:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{K \cdot q_1}{r_1^2} = \dfrac{K \cdot q_2}{r_2^2} \\ |q_1| < |q_2| \end{array}\right\} \rightarrow r_1 < r_2$$

Como a dirección de $\vec{E}_1$ hai de coincidir coa de $\vec{E}_2$, os puntos nos que $\vec{E}_{\text{total}} = \vec{0}$ han de pertencer á recta que une as cargas.

E como ademais o sentido de $\vec{E}_1$ é contrario ó de $\vec{E}_2$, a intensidade de campo eléctrico só será nula nun único punto sito á esquerda de q_1.



b) Se chamamos r_1 á distancia de A ó punto onde se anula a intensidade de campo resulta:

$$\frac{K \cdot q_1}{r_1^2} = \frac{K \cdot q_2}{(r_1+1)^2} \rightarrow \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{r_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{(r_1+1)^2} \rightarrow \begin{cases} \boxed{r_1 = 2{,}42 \text{ m}} \\ r_1 = -\cancel{0{,}42} \text{ m} \end{cases}$$

c) O potencial eléctrico creado por unha carga q nun punto do seu campo é unha magnitude escalar, directamente proporcional á carga creadora e inversamente proporcional á distancia r que vai desde o punto á carga, e vén dado pola expresión: $V = K \cdot \frac{q}{r}$

Cando son dúas as cargas, cada unha crea o seu propio potencial eléctrico e, en consecuencia, o potencial total será a suma alxébrica dos potenciais que cada carga por separado crea.

Á esquerda das cargas: $\frac{K \cdot q_1}{r_1} + \frac{K \cdot q_2}{r_1+1} = 0 \rightarrow \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{r_1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-3})}{r_1+1} = 0 \rightarrow \boxed{r_1 = 1 \text{ m}}$

No intermedio das cargas:

$$\frac{K \cdot q_1}{r_1} + \frac{K \cdot q_2}{1 - r_1} = 0 \rightarrow \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{r_1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \left(-2 \cdot 10^{-3}\right)}{1 - r_1} = 0 \rightarrow \boxed{r_1 = 0{,}33 \text{ m}}$$

5. Unha carga de 10^{-5} C crea un campo onde metemos outra carga de 10^{-6} C. Calcula:

a) A distancia entre ambas cargas, se o potencial do punto no que se sitúa a carga de 10^{-6} C é de 1500 V.
b) O traballo necesario para desprazar a carga de 10^{-6} C ata que toque á outra carga, se teñen un raio, respectivamente, de 0,1 m e 0,01 m.
c) Interpreta fisicamente o signo do traballo.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².

a) Para o caso de cargas puntuais: $V = K \cdot \frac{q}{r} \to 1500 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-5}}{r} \to \boxed{r = 60\ \text{m}}$

b) O traballo realizado pola forza do campo cando unha carga q se despraza desde un punto A ata outro B relaciónase co potencial neses puntos segundo a expresión: $W_{\text{A}\to\text{B}} = -q \cdot \Delta V = -q \cdot (V_\text{B} - V_\text{A})$, onde $V = K \cdot \frac{q}{r}$.

$$\left.\begin{array}{l} W_{\text{A}\to\text{B}} = -q \cdot (V_\text{B} - V_\text{A}) \\ V_\text{B} = 9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{10^{-5}}{0{,}11} \to V_\text{B} = 8{,}2 \cdot 10^5\ \text{V} \\ V_\text{A} = 1500\ \text{V} \end{array}\right\} \to W_{\text{A}\to\text{B}} = -10^{-6} \cdot (8{,}2 \cdot 10^5 - 1500) \to W_{\text{A}\to\text{B}} = -0{,}82\ \text{J}$$

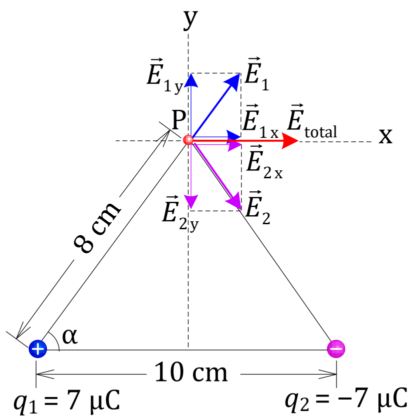
A carga de 10^{-6} C vai desde un punto de menos potencial (1500 V) ata outro de máis potencial ($8{,}2 \cdot 10^5$ V), en contra da forza do campo, sendo necesario aplicarlle unha forza exterior; forza que como mínimo hai de ser de igual módulo e dirección á forza eléctrica, e de sentido contrario, que realiza o traballo necesario para que a carga se desprace: $\boxed{W_\text{necesario} = 0{,}82\ \text{J}}$.

c) O signo negativo do traballo feito pola forza eléctrica significa que o sentido de desprazamento da carga é contrario ó da forza do campo, sendo necesario aplicar unha forza exterior á do campo para que a carga se desprace.

6. Unha molécula de auga compórtase, na práctica, como un dipolo eléctrico. Un dipolo eléctrico está formado por dúas cargas puntuais de 7 μC e −7 μC, distantes entre si 10 cm. Calcula o campo e o potencial eléctrico:

a) Nun punto da mediatriz do segmento que as une, distante 8 cm de cada carga.
b) Nun punto situado na prolongación do segmento que as une e a 3 cm da carga positiva.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².



a) A intensidade de campo eléctrico en P será: $\vec{E}_\text{P} = \vec{E}_{q_1 \text{ en P}} + \vec{E}_{q_2 \text{ en P}} = 2\left(\vec{E}_{q_1 \text{ en P}}\right)_\text{x}$, pois, como se pode observar no debuxo, as compoñentes do campo no eixo y anúlanse por simetría, ó ser da mesma magnitude e de sentido oposto.

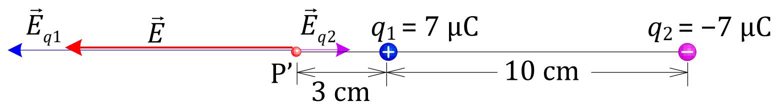
$$E_{q_{1\,\text{en P}}} = E_{q_{2\,\text{en P}}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{\left(8 \cdot 10^{-2}\right)^2} \rightarrow E_{q_1 \text{ en P}} = E_{q_{2\,\text{en P}}} = 9{,}84 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

$$\vec{E}_\text{P} = 2\left(\vec{E}_{q_1 \text{ en P}}\right)_\text{x} \vec{i} = 2 \cdot E_{q_1 \text{ en P}} \cdot \cos\alpha\, \vec{i} \rightarrow \vec{E}_\text{P} = 2 \cdot 9{,}84 \cdot 10^6 \cdot \frac{5}{8} \vec{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_\text{P} = 1{,}23 \cdot 10^7\, \vec{i} \left(\text{N} \cdot \text{C}^{-1}\right)}$$

$$V_\text{P} = V_{q_1 \text{ en P}} + V_{q_2 \text{ en P}} \rightarrow V_\text{P} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\left(-7 \cdot 10^{-6}\right)}{8 \cdot 10^{-2}} \rightarrow \boxed{V_\text{P} = 0 \text{ V}}$$

b) Campo eléctrico no novo punto P’: $\vec{E}_{\text{P}'} = \vec{E}_{q_1 \text{ en P}'} + \vec{E}_{q_2 \text{ en P}'}$.



$$\vec{E}_{q_1 \text{ en P}'} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^2}\left(-\vec{i}\right) \rightarrow \vec{E}_{q_1 \text{ en P}'} = -7{,}0 \cdot 10^7\, \vec{i} \left(\text{N} \cdot \text{C}^{-1}\right)$$

$$\vec{E}_{q_2 \text{ en P}'} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\left(-7 \cdot 10^{-6}\right)}{\left(13 \cdot 10^{-2}\right)^2}\left(-\vec{i}\right) \rightarrow \vec{E}_{q_2 \text{ en P}'} = 3{,}7 \cdot 10^6\, \vec{i} \left(\text{N} \cdot \text{C}^{-1}\right)$$

$$\vec{E}_{\text{P}'} = \vec{E}_{q_1 \text{ en P}'} + \vec{E}_{q_2 \text{ en P}'} \rightarrow \vec{E}_{\text{P}'} = -7{,}0 \cdot 10^7\, \vec{i} + 3{,}7 \cdot 10^6\, \vec{i} \rightarrow \boxed{\vec{E}_{\text{P}'} = -6{,}6 \cdot 10^7\, \vec{i} \left(\text{N} \cdot \text{C}^{-1}\right)}$$

Potencial eléctrico en P’: $V_{\text{P}'} = V_{q_1 \text{ en P}'} + V_{q_2 \text{ en P}'}$, resultando:

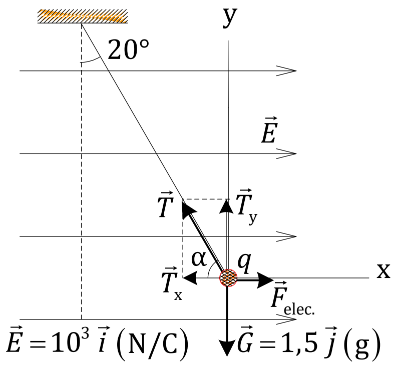
$$V_{\text{P}'} = V_{q_1 \text{ en P}'} + V_{q_2 \text{ en P}'} \rightarrow V_{\text{P}'} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{7 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\left(-7 \cdot 10^{-6}\right)}{13 \cdot 10^{-2}} \rightarrow \boxed{V_{\text{P}'} = 1{,}6 \cdot 10^6 \text{ V}}$$

7. Un péndulo electrostático consiste nunha pequena esfera cargada electricamente e pendurada dun fío de material illante. Foi o primeiro aparello utilizado para medir a intensidade de campo eléctrico. Se a boliña ten unha masa de 1,5 g, ao sometela a un campo eléctrico uniforme e horizontal de 10^3 N·C^{-1}, o fío forma un ángulo de 20° con respecto á súa posición inicial.

a) Fai un debuxo representando o campo eléctrico e as forzas que actúan sobre a boliña.
b) Determina a carga eléctrica da boliña.
c) Analiza a enerxía do sistema nesa situación final.

Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m^2·C^{-2}; $g = 9{,}8$ m·s^{-2}.

a)



b) Para calcular a carga q facemos uso da información de que a esfera cargada está en repouso: $\vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{0}$. As forzas que actúan sobre a esfera son as indicadas no debuxo, resultando:

$$\vec{F}_e + \vec{T}_x = \vec{0} \rightarrow F_e - T_x = 0 \rightarrow F_e = T_x = T \cdot \cos 70^{\circ}$$

$$\vec{T}_y + \vec{G} = \vec{0} \rightarrow T_y - G = 0 \rightarrow T_y = T \cdot \text{sen } 70^{\circ} = G$$

$$\left.\begin{array}{l} q \cdot 10^3 = T \cdot \cos 70^{\circ} \\ 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8 = T \cdot \text{sen } 70^{\circ} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{q = 5{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}$$

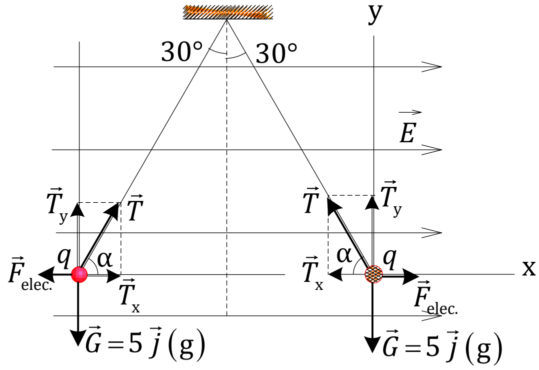
c) A enerxía potencial gravitatoria aumentou a costa da enerxía potencial electrostática.

8. Dúas esferas de 5 g atópanse penduradas por dous fíos de 30 cm desde un mesmo punto. Se se lles fornece a ambas partículas a mesma carga, sepáranse de xeito que os fíos forman entre si un ángulo de 60°.

a) Debuxa nun diagrama as forzas que actúan sobre as partículas.
b) Obtén o valor da carga que se fornece a cada partícula.

Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²; $g = 9{,}8$ m·s⁻².

a)



b) Unha vez alcanzado o equilibrio, as esferas cargadas están en repouso $\vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{0}$. As forzas que actúan sobre as esferas son as indicadas no debuxo, resultando:

$$\vec{F}_e + \vec{T}_x = \vec{0} \rightarrow F_e - T_x = 0 \rightarrow F_e = T_x = T \cdot \cos\alpha$$

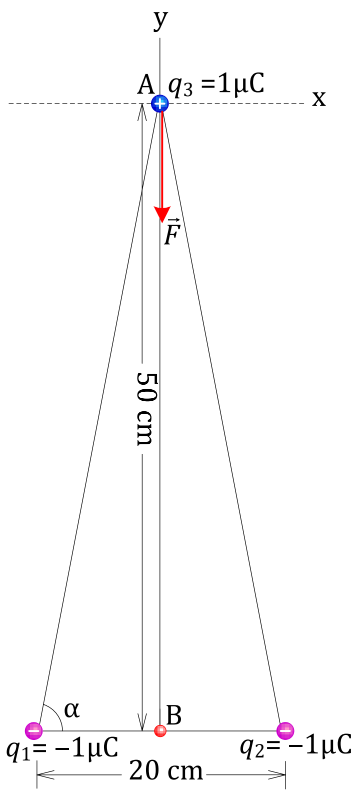
$$\vec{T}_y + \vec{G} = \vec{0} \rightarrow T_y - G = 0 \rightarrow T_y = T \cdot \text{sen}\,\alpha = G$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot q \cdot q}{\left(30 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}\,30° \cdot 2\right)^2} = T \cdot \cos\alpha \\ 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8 = T \cdot \text{sen}\,\alpha \end{array}\right\} \rightarrow \frac{\dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot q \cdot q}{\left(30 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}\,30° \cdot 2\right)^2}}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8} = \frac{T \cdot \cos 60°}{T \cdot \text{sen}\,60°} \rightarrow \boxed{q = 5{,}3 \cdot 10^{-7}\ \text{C}}$$

9. Dúas cargas puntuais negativas iguais, de 1 μC cada unha, atópanse sobre o eixo de abscisas, separadas unha distancia de 20 cm. A unha distancia de 50 cm sobre a vertical que pasa polo punto medio da liña que as une, abandónase unha carga de 1 μC, de masa 1 g, inicialmente en repouso. Determina:

a) A velocidade que terá a carga abandonada ó pasar polo punto medio da liña de unión das outras dúas .
b) O valor do potencial eléctrico en dito punto medio.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².



a) A forza eléctrica que actúa sobre a carga móbil ó longo do seu percorrido non é constante e, en consecuencia, o movemento non é uniformemente variado, non podendo facer uso das fórmulas cinemáticas deste movemento. Pero como esta forza é conservativa, podemos facer uso da conservación da enerxía mecánica:

$$\left.\begin{array}{l} W_A^B = \Delta E_k = E_{kB} - E_{kA} = E_{kB} \\ W_A^B = -\Delta E_p = -\left(E_{pB} - E_{pA}\right) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} E_{kB} = -E_{pB} + E_{pA} \\ E_{kB} = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 \end{array}\right\} \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2\left(E_{pA} - E_{pB}\right)}{m}}$$

Calculamos a enerxía potencial de q_3 nos puntos inicial A e final B como a suma alxébrica das enerxías potenciais de q_3 por estar no campo eléctrico de q_1 e q_2:

$$E_{\text{p de } q_3 \text{ en A}} = q_3 \cdot V_{1 \text{ en A}} + q_3 \cdot V_{2 \text{ en A}} = q_3 \cdot \frac{k \cdot q_1}{r_{q_1 - q_3}} + q_3 \cdot \frac{k \cdot q_2}{r_{q_2 - q_3}}$$

$$E_{\text{p de } q_3 \text{ en A}} = 10^{-6} \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \left(-10^{-6}\right)}{\left(0{,}10^2 + 0{,}50^2\right)^{1/2}} \cdot 2 \rightarrow E_{\text{p de } q_3 \text{ en A}} = -3{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$E_{\text{p de } q_3 \text{ en B}} = 10^{-6} \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \left(-10^{-6}\right)}{0{,}10} \cdot 2 \rightarrow E_{\text{p de } q_3 \text{ en B}} = -0{,}18 \text{ J}$$

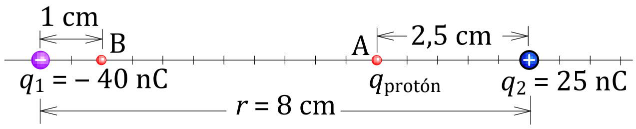
$$v_B = \sqrt{\frac{2\left(E_{pA} - E_{pB}\right)}{m}} \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2\left[-3{,}5 \cdot 10^{-2} - \left(-0{,}18\right)\right]}{1 \cdot 10^{-3}}} \rightarrow \boxed{v_B = 17{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

b) A partir da enerxía potencial eléctrica da carga de q_3 no punto B obtemos o potencial eléctrico de q_1 e q_2 nese punto: $V_{\text{de } q_1 \text{ e } q_2 \text{ en B}} = \dfrac{E_{\text{p de } q_3 \text{ en B}}}{q_3}$.

$$V_{\text{de } q_1 \text{ e } q_2 \text{ en B}} = \frac{E_{\text{p de } q_3 \text{ en B}}}{q_3} \rightarrow V_{\text{de } q_1 \text{ e } q_2 \text{ en B}} = \frac{-0{,}18}{1 \cdot 10^{-6}} \rightarrow \boxed{V_{\text{de } q_1 \text{ e } q_2 \text{ en B}} = -1{,}8 \cdot 10^5 \text{ V}}$$

10. Dúas cargas puntuais fixas de magnitude q_1 = – 40 nC e q_2 = 25 nC distan 8 cm. Sobre o segmento que as une, a 2,5 cm da carga positiva, abandónase sen velocidade inicial un protón. Cal será a velocidade do protón cando se atope a 1 cm da carga negativa?

Datos: q_p = 1,6 · 10⁻¹⁹ C; m_p =1,6 · 10⁻²⁷ kg.



A forza eléctrica que actúa sobre o protón ó longo do seu percorrido non é constante e, en consecuencia, o movemento non é uniformemente variado, non podendo facer uso das fórmulas cinemáticas deste movemento. Pero como a forza eléctrica que actúa sobre o protón é conservativa, podemos facer uso da conservación da enerxía mecánica:

$$E_{\text{m A}} = E_{\text{m B}} \rightarrow E_{\text{k A}} + E_{\text{p A}} = E_{\text{k B}} + E_{\text{p B}}$$

$$E_{\text{p do protón en A}} = E_{\text{p do protón en A debido a } q_1} + E_{\text{p do protón en A debido a } q_2} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_\text{p}}{r_{q_1-\text{A}}} + \frac{k \cdot q_2 \cdot q_\text{p}}{r_{q_2-\text{A}}}$$

$$E_{\text{p do protón en A}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \left(-40 \cdot 10^{-9}\right) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{5{,}5 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 25 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{2{,}5 \cdot 10^{-2}} \rightarrow E_{\text{p do protón en A}} = 3{,}9 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

$$E_{\text{p do protón en B}} = E_{\text{p protón en B debido a } q_1} + E_{\text{p protón en B debido a } q_2} = \frac{k \cdot q_1 \cdot q_\text{p}}{r_{q_1-\text{B}}} + \frac{k \cdot q_2 \cdot q_\text{p}}{r_{q_2-\text{B}}}$$

$$E_{\text{p protón en B}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot \left(-40 \cdot 10^{-9}\right) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 25 \cdot 10^{-9} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{7 \cdot 10^{-2}} \rightarrow E_{\text{p protón en B}} = -5{,}3 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

A enerxía cinética na posición final será:

$$E_{\text{k A}} + E_{\text{p A}} = E_{\text{k B}} + E_{\text{p B}} \rightarrow 0 + 3{,}9 \cdot 10^{-16} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot v_\text{B}^2 + \left(-5{,}3 \cdot 10^{-15}\right) \rightarrow \boxed{v_\text{B} = 2{,}7 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

11. Un electrón-voltio é unha unidade de enerxía igual á enerxía cinética dun electrón que foi acelerado partindo do repouso cunha diferenza de potencial de 1 V.

a) Obtén a equivalencia en unidades do sistema internacional.
b) Cal é a velocidade dun electrón de enerxía cinética 1 eV?
c) Cal é a velocidade dun deuterón de 100 eV.

Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg. A masa dun deuterón equivale á de dous protóns.

a) A enerxía cinética:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l} W_A^B = \Delta E_k = -\Delta E_p \\ \Delta E_p = q_e \cdot \Delta V \end{array}\right\} \rightarrow \Delta E_k = -q_e \cdot \Delta V \\ q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \\ \Delta V = +1\ \text{V} \left(\begin{array}{l} \Delta V > 0 \text{ porque as cargas negativas} \\ \text{abandonas nun campo eléctrico se} \\ \text{desprazan das zonas de menos cara} \\ \text{ás de máis potencial: } V_f > V_0 \end{array}\right) \end{array}\right\} \rightarrow E_{k\,f} = -\left(-1{,}6 \cdot 10^{-19}\right) \cdot 1 \rightarrow E_{k\,f} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

A equivalencia da unidade de enerxía eV coa de xulio do SI é: $\boxed{1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}$

b) $$E_k = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2\,E_k}{m_e}} \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \rightarrow \boxed{v_e = 5{,}9 \cdot 10^5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

c) $$E_k = \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot v_d^2 \rightarrow v_d = \sqrt{\frac{2\,E_k}{m_d}} \rightarrow v_d = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-27}}} \rightarrow \boxed{v_d = 10^5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

12. A radioterapia para o tratamento do cancro baséase nun acelerador lineal (LINAC) que proporciona altas velocidades a electróns. Os aceleradores lineais poden ter lonxitudes desde un metro a varios quilómetros. Nun acelerador de 4 m existe un campo eléctrico uniforme de intensidade 300 N·C^{-1}.

a) Que enerxía adquire un electrón partindo do repouso ó longo deste percorrido (expresada en eV)?
b) Con que velocidade sairá do acelerador?

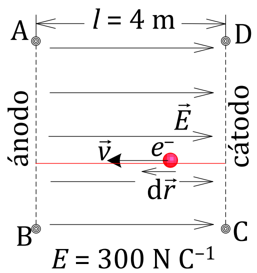
Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) Nun instrumento eléctrico, o ánodo e o borne positivo e o cátodo é o borne negativo e os electróns saen do cátodo con velocidade nula e chegan ao ánodo, antes de saíren do acelerador, cunha velocidade v_e. Como a enerxía mecánica se conserva:

$$E_{\text{m (no ánodo)}} = E_{\text{m (no cátado)}} \rightarrow E_{\text{k (no ánodo)}} + E_{\text{p (no ánodo)}} = E_{\text{k (no cátado)}} + E_{\text{p (no cátado)}}$$

$$E_{\text{k (ánodo)}} - E_{\text{k (cátado)}} = -E_{\text{p (ánodo)}} + E_{\text{p (cátado)}} \xrightarrow[\text{van de cátodo a ánodo}]{\text{como os electróns}} E_{\text{k (ánodo)}} - 0 = -\left(E_{\text{p (ánodo)}} - E_{\text{p (cátado)}}\right) = -\Delta E_{\text{p}}$$

$$\left.\left.\left.\begin{array}{l} E_{\text{k (no ánodo)}} = -\Delta E_{\text{p}} \\ \Delta E_{\text{p}} = q_e \cdot \Delta V \end{array}\right\} \rightarrow E_{\text{k (no ánodo)}} = -q_e \cdot \Delta V \atop \Delta V = V_{\text{ánodo}} - V_{\text{cátodo}} = E \cdot l\,(*)\right\} \rightarrow E_{\text{k (no ánodo)}} = -q_e \cdot E \cdot l \atop \begin{array}{r} q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \\ E = 300\ \text{N} \cdot \text{C}^{-1} \\ l = 4\ \text{m} \end{array}\right\} \rightarrow$$



$$\left.\begin{array}{r} E_{\text{k (no ánodo)}} = -\left(-1{,}6 \cdot 10^{-19}\right) \cdot 300 \cdot 4 \rightarrow E_{\text{k (no ánodo)}} = 1{,}9 \cdot 10^{-16}\ \text{J} = 1{,}9 \cdot 10^{-16}\ \text{C V} \\ q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{E_{\text{k (no ánodo)}} = 1188\ \text{eV}}$$

b)

$$E_{\text{k no ánodo}} = \frac{1}{2} m_e\, v_{\text{e no ánodo}}^2 \rightarrow v_{\text{e no ánodo}} = \sqrt{\frac{2\, E_{\text{k no ánodo}}}{m_e}}$$

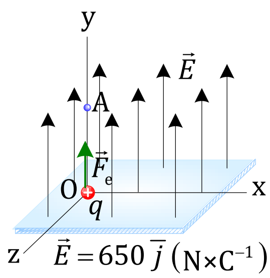
$$v_{\text{e no ánodo}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}9 \cdot 10^{-16}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \rightarrow \boxed{v_{\text{e no ánodo}} = 2{,}0 \cdot 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$(*)\ \Delta V = V_{\text{ánodo}} - V_{\text{cátodo}} = -\int_{\text{cátodo}}^{\text{ánodo}} \vec{E} \cdot \text{d}\vec{r} = -\int_{\text{cátodo}}^{\text{ánodo}} E \cdot \text{d}r \cdot \cos 180° = E \cdot \int_{\text{cátodo}}^{\text{ánodo}} \text{d}r = E \cdot \left[r\right]_0^l = E \cdot l$$

13. Unha partícula de 9 µC e 1 g áchase en repouso na orixe de coordenadas. Aplícaselle un campo eléctrico uniforme de 650 N·C⁻¹ dirixido no sentido positivo do eixo Y.

a) Describe a traxectoria seguida pola partícula até chegar a un punto A situado a 2 m do punto de partida. Que aceleración terá?
b) Obtén o traballo realizado polo campo no desprazamento da partícula.
c) Aumenta ou diminúe a enerxía potencial da partícula? En que se transforma esa variación de enerxía?

a) A carga eléctrica q está sometida á forza eléctrica $\vec{F}_\text{e}$ que sobre ela exerce o campo eléctrico $\vec{E}$: $\vec{F}_\text{e} = q \cdot \vec{E}$. Como esta forza (que é constante ó ser $\vec{E}$ uniforme) é a que causa o movemento da carga, a traxectoria que describe é rectilínea e o movemento uniformemente acelerado $\left(\vec{F}_\text{e} = \overrightarrow{\text{cte}} \rightarrow \vec{a} = \vec{a}_\text{t} = \overrightarrow{\text{cte}}\right)$.



$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_\text{e} = q \cdot \vec{E} \\ \vec{F} = m \cdot \vec{a}\end{array}\right\} \rightarrow \vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} \rightarrow \vec{a} = \frac{9 \cdot 10^{-6} \cdot 650}{10^{-3}}\,\vec{j} \rightarrow \boxed{\vec{a} = 5{,}9\,\vec{j}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$$

b) O traballo realizado pola forza do campo é:

$$W_{0\rightarrow\text{A}} = \vec{F}_\text{e} \cdot \Delta\vec{r} = q \cdot \vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$W_{0\rightarrow\text{A}} = 9 \cdot 10^{-6} \cdot 650 \cdot 2 \cdot \cos 0° \rightarrow \boxed{W_{0\rightarrow\text{A}} = 1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{J}}$$

c) Relacionamos a variación de enerxía potencial co traballo feito pola forza do campo:

$$\left.\begin{array}{l}W_{0\rightarrow\text{A}} = -\Delta E_\text{p} = -\left(E_\text{pA} - E_\text{p0}\right) \\ W_{0\rightarrow\text{A}} = 1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{J}\end{array}\right\} \rightarrow E_\text{pA} - E_\text{p0} = -1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{J} \rightarrow E_\text{pA} = E_\text{p0} - 1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{J}.$$

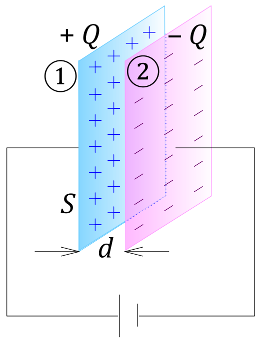
$\boxed{\text{A enerxía potencial da partícula diminúe}}$ pois o traballo é realizado de forma espontánea polo campo eléctrico e a partícula $\boxed{\text{gaña enerxía cinética}}$.

14. Unha partícula alfa ceibase sen velocidade entre as placas dun condensador plano no que existe un campo eléctrico uniforme de $1{,}2 \cdot 10^4$ V·m⁻¹.

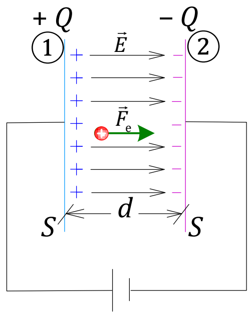
a) Que lonxitude debe percorrer o núcleo de helio-4 para acadar unha velocidade de 6 km·s⁻¹?
b) Cal será a diferenza de potencial entre os puntos inicial e final?

Datos: $q_\alpha = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_\alpha = 4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg.

a) A partícula alfa de carga q está sometida á forza eléctrica $\vec{F}_e$ que sobre ela exerce o campo eléctrico $\vec{E}$: $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$. Como esta forza (que é constante ó ser $\vec{E}$ uniforme) é a que causa o movemento da partícula, a traxectoria que describe é rectilínea e o movemento uniformemente acelerado:



$V = 1{,}2 \cdot 10^4$ V m⁻¹



$V = 1{,}2 \cdot 10^4$ V m⁻¹

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F}_e = q \cdot \vec{E} = \overrightarrow{\text{cte}} \\ \vec{F} = m \cdot \vec{a} \end{array}\right\} \rightarrow \vec{a} = \vec{a}_t = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} = \overrightarrow{\text{cte}}$$

Recordando as ecuacións do MRUA calculamos a lonxitude que percorre a partícula:

$$\left.\begin{array}{l} d = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_t \cdot t^2 \\ v_0 = 0 \\ a_t = \frac{q \cdot E}{m} \rightarrow a_t = \frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}2 \cdot 10^4}{4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-27}} = 6{,}0 \cdot 10^{11}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \\ v_{\text{final}} = v_0 + a_t \cdot t \rightarrow t = \frac{v_{\text{final}}}{a_t} \rightarrow t = \frac{6 \cdot 10^3}{6{,}0 \cdot 10^{11}} = 10^{-8}\ \text{s} \end{array}\right\} \rightarrow d = \frac{1}{2} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{11} \cdot \left(10^{-8}\right)^2 \rightarrow \boxed{d = 3 \cdot 10^{-5}\ \text{m}}$$

a) Pola conservación da enerxía mecánica:

$$\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{l} W_1^2 = \Delta E_k = -\Delta E_p \\ \Delta E_p = q_\alpha \cdot \Delta V \end{array}\right\} \rightarrow \Delta E_k = -q_\alpha \cdot \Delta V \rightarrow E_{k\,2} - E_{k\,1} = -q_\alpha \cdot \left(V_2 - V_1\right) \\ E_{k\,2} = \frac{1}{2} m_\alpha\, v_\alpha^2 \rightarrow E_{k\,2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot \left(6 \cdot 10^3\right)^2 \rightarrow E_{k\,2} = 1{,}15 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \\ E_{k\,1} = 0\ \text{J} \\ q_\alpha = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\left(V_2 - V_1\right) = \Delta V = -3{,}6 \cdot 10^{-1}\ \text{V}}$$

Tamén podería resolverse empregando a relación: $\Delta V = V_2 - V_1 = -\int_2^1 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$.

$$\Delta V = V_2 - V_1 = -\int_1^2 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\int_1^2 E \cdot \mathrm{d}r \cdot \cos 0° = -E \cdot \int_1^2 \mathrm{d}r = -E \cdot \left[r\right]_1^2 = -E \cdot d$$

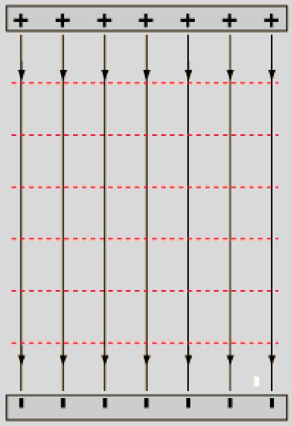
$$\Delta V = V_2 - V_1 = -1{,}2 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-5} \rightarrow \boxed{\Delta V = -3{,}6 \cdot 10^{-1}\ \text{V}}$$

O signo negativo de ΔV débese a que as cargas positivas, por acción da forza do campo, se desprazan cara a potenciais decrecentes, sendo o potencial final, V_2, menor que o potencial inicial, V_1, resultando: $\Delta V<0$; e indica que o potencial diminúe no sentido do vector intensidade do campo eléctrico.

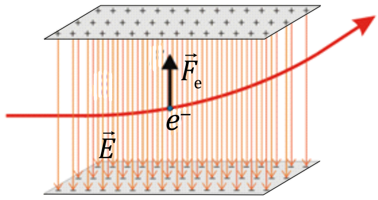
15. Nun tubo dun osciloscopio, un feixe de electróns é desviado da súa traxectoria rectilínea con velocidade constante por campos eléctricos perpendiculares á traxectoria inicial, tal e como se indica no debuxo. Entre as dúas placas do condensador establécese un campo eléctrico uniforme de 400 V·cm^{-1} de intensidade.

a) Cal é a forza eléctrica exercida sobre un electrón cando pasa entre as placas?
b) A que aceleración se ve sometido o electrón? Que tipo de movemento describe? Como será a súa traxectoria?
c) Ten importancia o peso do electrón no movemento que describe? Compara ámbalas forzas e as aceleracións debidas á interacción eléctrica e á gravitatoria.

Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg: $g = 9{,}8$ m·s^{-2}



a) Como o campo eléctrico é uniforme, a forza eléctrica á que están sometidos os electróns tamén o será: $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$.



Por tanto:

$$\vec{F}_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-4) \cdot 10^4 \; \vec{j} \rightarrow \boxed{\vec{F}_e = 6{,}4 \cdot 10^{-15} \; \vec{j}\,(\text{N})}$$

b) A aceleración, segundo a 2ª lei de Newton: $\vec{F}_e = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{6{,}4 \cdot 10^{-15}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} \; \vec{j} \rightarrow \boxed{\vec{a} = 7{,}0 \cdot 10^{15} \; \vec{j}\,(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})}$$

Na dirección da traxectoria inicial do electrón, o campo eléctrico non exerce forza algunha sobre el e vai continuar co mesmo movemento rectilíneo e uniforme que tiña (primeira lei de Newton). Sen embargo, na dirección do campo eléctrico, o electrón está sometido á forza eléctrica que sobre el exerce o campo, que é constante, movéndose cunha aceleración tanxencial constante, adquirindo un MRUA.

O resultado é que o electrón se move con aceleración constante, non coincidindo a dirección da súa velocidade coa dirección da aceleración, posuíndo un movemento parabólico, cunha traxectoria parabólica.

c) Debido a súa masa, a interacción gravitatoria será de intensidade:

$$F_g = m \cdot g \rightarrow F_g = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 9{,}8 \rightarrow F_g = 8{,}9 \cdot 10^{-30} \text{ N}$$

Por tanto, para os electróns nun osciloscopio, a interacción gravitatoria (8,9 · 10^{-30} N) é desprezábel fronte á eléctrica (6,4 · 10^{-15} N): $\dfrac{F_{\text{eléctrrica}}}{F_{\text{gravitatoria}}} = \dfrac{6{,}4 \cdot 10^{-15}}{9{,}8} \rightarrow \boxed{\dfrac{F_{\text{eléctrica}}}{F_{\text{gravitatoria}}} = 7{,}2 \cdot 10^{14}}$.

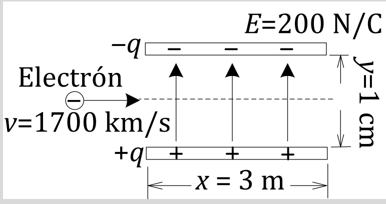
Igual ocorre coas aceleracións de ambos campos: $\dfrac{a_{\text{capo eléctrrico}}}{g_{\text{capo gravitatorio}}} = \dfrac{7{,}0 \cdot 10^{15}}{9{,}8} \rightarrow$

$$\boxed{\frac{a_{\text{capo eléctrrico}}}{g_{\text{capo gravitatorio}}} = 7{,}1 \cdot 10^{14}}$$

16. Un electrón penetra entre as placas do condensador plano da figura cunha velocidade de 1700 km·s⁻¹. Obtén:

a) A forza eléctrica que actúa sobre o electrón.
b) O tempo que tarda en percorrer as placas.
c) A desviación vertical experimentada ó saír das placas.
d) A velocidade ó saír das placas.

Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.



a) Como o campo eléctrico é uniforme, a forza tamén o será:

$$\vec{F}_e = q_e \cdot \vec{E} \rightarrow \vec{F}_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 200\,\vec{j} \rightarrow \boxed{\vec{F}_e = -3{,}2 \cdot 10^{-17}\,\vec{j}\,(\mathrm{N})}$$

b) Desde o momento en que o electrón entra no campo eléctrico do condensador está sometido a unha aceleración constante, cuxa dirección non coincide coa dirección da velocidade, polo que posúe un movemento parabólico, describindo unha traxectoria de semiparábola, semellante a un lanzamento horizontal no campo gravitatorio.

O tempo que tarda o electrón en percorrer horizontalmente as placas do condensador só depende da súa velocidade horizontal, que é constante, xa que nesta dirección a aceleración é nula e o movemento rectilíneo e uniforme: $\Delta\vec{x} = \vec{v}_x \cdot t$.

$$t = \frac{\Delta x}{v_x} \rightarrow t = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{1700 \cdot 10^{3}} \rightarrow \boxed{t = 1{,}8 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{s}}$$

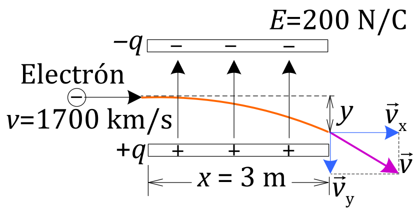
c) No eixe vertical, y, sobre o electrón, actúa a aceleración constante do campo eléctrico, $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}_{\text{eléctrica}}}{m_{\text{electrón}}}$, tratándose dun movemento rectilíneo uniformemente acelerado: $\Delta\vec{y} = \vec{v}_{0y} \cdot t + \dfrac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2$ e $\vec{v}_{fy} = \vec{v}_{0y} + \vec{a} \cdot t$.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\vec{y} = \vec{v}_{0y} \cdot t + \dfrac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2 \rightarrow y = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ a = \dfrac{F_{\text{eléctrica}}}{m_{\text{electrón}}} \rightarrow a = \dfrac{3{,}2 \cdot 10^{-17}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} \rightarrow a = 3{,}5 \cdot 10^{13}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \end{array}\right\} \rightarrow y = \frac{3{,}5 \cdot 10^{13} \cdot \left(1{,}8 \cdot 10^{-8}\right)^2}{2} \rightarrow \boxed{y = 5{,}7 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

d) A velocidade $\vec{v}$ total será:

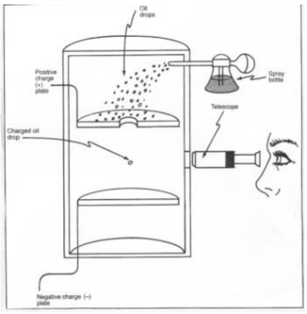
$$\left.\begin{array}{l} \vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \\ \vec{v}_x = 1700 \cdot 10^{3}\,\vec{i}\,(\mathrm{m \cdot s^{-1}}) \\ \vec{v}_y = \vec{a}_y \cdot t \rightarrow \vec{v}_y = -3{,}5 \cdot 10^{13} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-8}\,\vec{j} \rightarrow \vec{v}_y = -6{,}3 \cdot 10^{5}\,\vec{j}\,(\mathrm{m \cdot s^{-1}}) \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\boxed{\vec{v} = 1700 \cdot 10^{3}\,\vec{i} - 6{,}3 \cdot 10^{5}\,\vec{j}\,(\mathrm{m \cdot s^{-1}})} \rightarrow \boxed{v = 1{,}8 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$



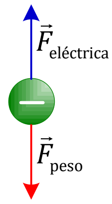
17. O aparello para medir a carga do electrón polo método de Millikan da gota de aceite consta de dúas placas planas paralelas e horizontais separadas 1,5 cm.

a) Se precisamos un campo eléctrico de $6{,}34 \cdot 10^4$ V·m^{-1} para mantela en equilibrio, que diferenza de potencial debemos proporcionar entre as placas?
b) Acha a carga dunha pequena esfera de 1,5 µg que se atopa en equilibrio nunha rexión na que existe un campo eléctrico de $2 \cdot 10^3$ N·C^{-1}.



i. Entre as placas dun condensador plano o campo eléctrico é constante.
A ddp necesaria entre as placas depende da separación entre estas:

$$\Delta V = E \cdot d \rightarrow \Delta V = 6{,}34 \cdot 10^4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} \rightarrow \boxed{\Delta V = 9{,}5 \cdot 10^2 \text{ V}}$$



No equilibrio: $F_{\text{peso}} = F_{\text{eléctrica}} \rightarrow m \cdot g = q \cdot E$

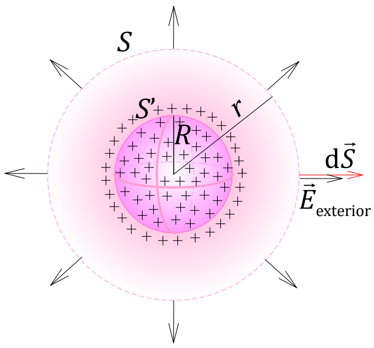
$$q = \frac{m \cdot g}{E} \rightarrow q = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-9} \cdot 9{,}8}{2 \cdot 10^3} \rightarrow \boxed{q = 7{,}4 \cdot 10^{-12} \text{ C} = 7{,}4 \text{ pC}}$$

18. Calcula o campo eléctrico e o potencial creado por unha bóla maciza condutora de 30 cm de raio que ten unha carga total de +4,3·10⁻⁶ C nos seguintes puntos:

a) A 50 cm do centro da esfera.
b) A 20 cm do centro da esfera.
c) Na superficie da esfera.
d) Fai unha representación gráfica da intensidade de campo eléctrico e do potencial eléctrico en función da distancia ao centro da esfera.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻².

a) $r > R$:



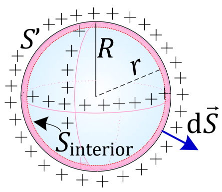
Segundo a lei de Gauss, a intensidade de campo eléctrico dunha carga q, distribuída nunha esfera condutora en equilibrio electrostático nun punto exterior a ela, $\vec{E}_{\text{exterior}}$, é o mesmo que o que crearía esa mesma carga se fose puntual e estivese situada no centro da esfera. Polo tanto:

$$E_{\text{exterior}} = K \cdot \frac{q}{r^2} \rightarrow E_{\text{exterior}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,3 \cdot 10^{-6}}{0,50^2} \rightarrow \boxed{E_{\text{exter.}} = 1,55 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}}$$

O potencial eléctrico creado por unha carga q, distribuída nunha esfera condutora en equilibrio electrostático nun punto exterior a ela, V_{exterior}, é o mesmo que o que crearía esa mesma carga se fose puntual e estivese situada no centro da esfera. Polo tanto:

$$V_{\text{exterior}} = K \cdot \frac{q}{r} \rightarrow V_{\text{exterior}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,3 \cdot 10^{-6}}{0,50} \rightarrow \boxed{V_{\text{exterior}} = 7,74 \cdot 10^4 \text{ V}}$$

b) $r < R$:



Dentro da esfera metálica en equilibrio electrostático, o campo eléctrico é nulo: $\boxed{\vec{E}_{\text{interior}} = \vec{0}}$, pois non hai carga eléctrica encerrada no seu interior: as cargas están distribuídas uniformemente pola superficie da esfera.

O potencial no interior da esfera é constante:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta V_{\text{interior}} = -\int \vec{E}_{\text{interior}} \cdot \text{d}\vec{r} \\ \vec{E}_{\text{interior}} = \vec{0} \end{array}\right\} \rightarrow \Delta V_{\text{interior}} = -\vec{0} \cdot \text{d}\vec{r} \rightarrow \Delta V_{\text{interior}} = 0 \rightarrow \boxed{V_{\text{interior}} = \text{cte}}$$

Todos os puntos do interior da esfera teñen igual potencial, trátase dun volume equipotencial. E como sabemos que o potencial é continuo, nun punto interior da esfera infinitamente próximo á superficie toma o mesmo valor que na mesma superficie que, como xa vimos máis arriba, se calcula coa expresión: $V_{\text{superficie}} = K \cdot \frac{q}{R}$, xa que agora r toma o valor de R.

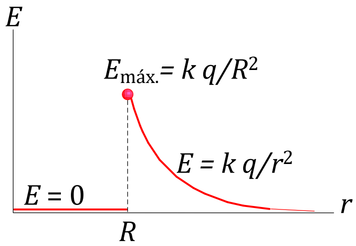
$$V_{\text{interior}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,3 \cdot 10^{-6}}{0,30} \rightarrow \boxed{V_{\text{interior}} = 1,29 \cdot 10^5 \text{ V}}$$

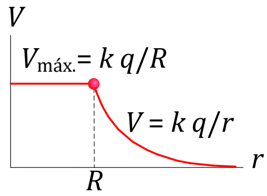
c) $r = R$:

$$E_{\text{superficie}} = K \cdot \frac{q}{R^2} \rightarrow E_{\text{superficie}} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4,3 \cdot 10^{-6}}{0,30^2} \rightarrow \boxed{E_{\text{superficie}} = 4,3 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}}$$

$$V_{\text{superficie}} = V_{\text{interior}} \rightarrow \boxed{V_{\text{superficie}} = 1,29 \cdot 10^5 \text{ V}}$$

d)


E
E_máx. = k q/R²
E = k q/r²
E = 0
r
R


V
V_máx. = k q/R
V = k q/r
r
R

19. Comprobouse que o campo eléctrico terrestre é perpendicular á superficie da Terra, dirixido cara o centro da Terra e de 110 $N \cdot C^{-1}$ de intensidade. Calcula a densidade superficial de carga da Terra e a súa carga eléctrica total.

Datos: raio da Terra = 6370 km, $K = 9 \cdot 10^9$ $N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.

Densidade superficial de carga σ é a relación entre a carga q e a superficie S na que se distribúe: $\sigma = \frac{q}{S}$.

Segundo a lei de Gauss, o campo eléctrico producido por unha esfera uniforme cargada na súa superficie é o mesmo que se produciría supoñendo que toda a carga estivese concentrada no seu centro:

$$E_{\text{superficie}} = K \cdot \frac{q}{r^2} \rightarrow q = \frac{E \cdot r^2}{K} \rightarrow q = \frac{110 \cdot \left(6{,}370 \cdot 10^6\right)^2}{9 \cdot 10^9} \rightarrow \boxed{q = 5{,}0 \cdot 10^5 \text{ C}}$$

Supoñendo homoxénea a distribución superficial da carga, a densidade será:

$$\sigma = \frac{q}{S} \rightarrow \sigma = \frac{5{,}0 \cdot 10^5}{4 \cdot \pi \cdot \left(6{,}370 \cdot 10^6\right)^2} \rightarrow \boxed{\sigma = 9{,}7 \cdot 10^{-10} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}}$$

20. Nunha treboada de po na superficie de Marte, a nube de partículas ten unha densidade de carga de 10 electróns·cm^{-3}. Calcula:

a) A carga eléctrica total se a nube ten un volume de 100 m^3.
b) O campo eléctrico e o potencial que crea a unha distancia de 5 m do centro da mesma.

Datos: Podemos supoñer a nube esférica; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Densidade volúmica de carga ρ é a relación entre a carga q e o volume V na que se distribúe: $\rho = \frac{q}{V}$.

En unidades do SI, a densidade volúmica de carga é: $\rho = 10 \, \text{electróns} \cdot \text{cm}^{-3} = -1,6 \cdot 10^{-12} \, \text{C} \cdot \text{m}^{-3}$. Se a nube é de 100 m^3, a carga total q será:

$$q = \rho \cdot V \rightarrow q = -1,6 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \rightarrow \boxed{q = -1,6 \cdot 10^{-10} \text{ C}}$$

b) O raio R da nube vale:

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot R^3}{3} \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 100}{4 \cdot \pi}} \rightarrow R = 2,9 \text{ m}$$

Xa que a intensidade de campo eléctrico $\vec{E}$ e o potencial eléctrico V se calculan para $r > R$, os módulos son:

$$E = K \cdot \frac{q}{r^2} \rightarrow E = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-10}}{5^2} \rightarrow \boxed{E = 5,8 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}}$$

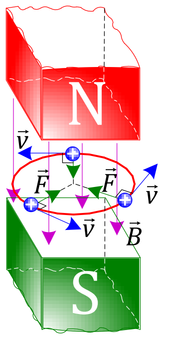
$$V = K \cdot \frac{q}{r} \rightarrow V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-10}}{5} \rightarrow \boxed{V = 0,29 \text{ V}}$$

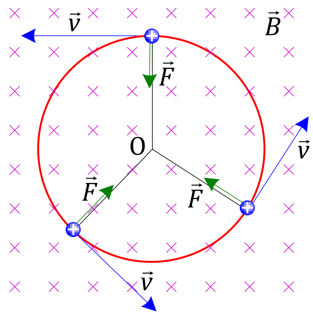
21. Un protón ten unha enerxía cinética de 10^{-14} J. Segue unha traxectoria circular nun campo magnético $B = 0{,}5$ T.

a) Como debe ser a dirección do protón con respecto ao campo magnético? Por que?
b) Calcula o raio da traxectoria.
c) Obtén a frecuencia coa que xira.

Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Se o protón describe unha traxectoria circular, sobre el actúa unha forza cuxa dirección é perpendicular á velocidade que posúe. Esta forza centrípeta que causa o movemento circular é a forza magnética de Lorentz: $\vec{F}_{\text{mag.}} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, polo que o protón terá que penetrar perpendicularmente ó campo magnético.





b) Dado que a velocidade $\vec{v}$ e o vector campo magnético $\vec{B}$ son perpendiculares, o módulo da forza será:

$$F_{\text{mag.}} = q \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen} 90° = q \cdot v \cdot B$$

$$\left.\begin{array}{l} F_{\text{mag.}} = q \cdot v \cdot B \\ F_{\text{cent.}} = m \cdot \dfrac{v^2}{r} \end{array}\right\} \rightarrow q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

$$\left.\begin{array}{l} r = \dfrac{m \cdot v}{q \cdot B} \\ E_k = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m}} \end{array}\right\} \rightarrow r = \frac{m \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m}}}{q \cdot B}$$

$$r = \frac{m \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m}}}{q \cdot B} \rightarrow r = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot 10^{-14}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}5} \rightarrow \boxed{r = 7{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

c) Aplicando as ecuacións do movemento uniforme poderemos calcular a frecuencia coa que xira:

$$\left.\begin{array}{l} v = \dfrac{s}{t} \rightarrow v = \dfrac{2\pi r}{T} = 2\pi r f \rightarrow f = \dfrac{v}{2\pi r} \\ v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m}} \end{array}\right\} \rightarrow f = \frac{\sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m}}}{2\pi r}$$

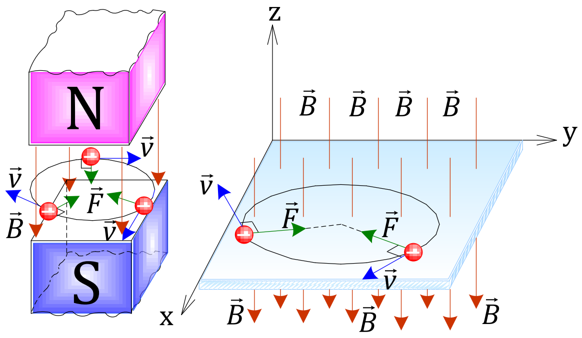
$$f = \frac{\sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m}}}{2\pi r} \rightarrow f = \frac{\sqrt{\dfrac{2 \cdot 10^{-14}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}}}}{2 \cdot \pi \cdot 7{,}2 \cdot 10^{-2}} \rightarrow \boxed{f = 7{,}7 \cdot 10^{6} \text{ Hz}}$$

22. Un electrón penetra perpendicularmente nun campo magnético de 0,5 T cunha velocidade de 2000 km·s⁻¹. Calcula:

a) O raio da órbita que describe.
b) O número de voltas que dá en 0,01 s.
c) A intensidade dun campo eléctrico que anule o efecto do campo magnético.

Datos : $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) A forza magnética que actúa sobre o electrón vén dada pola lei de Lorentz: $\vec{F}_{\text{mag.}} = q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.



Como esta forza é perpendicular á velocidade do electrón, soamente modifica a dirección da súa traxectoria, describindo un movemento circular uniforme no cal a forza centrípeta é a magnética:

$$\left.\begin{aligned} F_{\text{magnética}} &= q_e \cdot v \cdot B \\ F_{\text{centrípeta}} &= \frac{m \cdot v^2}{r} \\ F_{\text{magnética}} &= F_{\text{centrípeta}} \end{aligned}\right\} \rightarrow q_e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \rightarrow r = \frac{m \cdot v}{q_e \cdot B}$$

Substituíndo:

$$r = \frac{m \cdot v}{q_e \cdot B} \rightarrow r = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2000 \cdot 10^3}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}5} \rightarrow \boxed{r = 2{,}3 \cdot 10^{-5} \text{ m}}$$

b) O espazo que o electrón percorre en 0,5 s é:

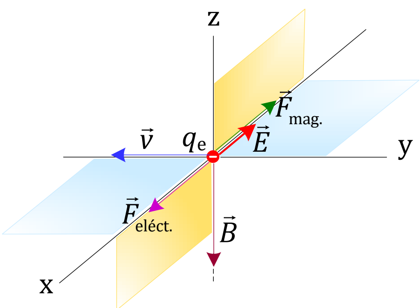
$$s = v \cdot t \rightarrow s = 2000 \cdot 10^3 \cdot 0{,}01 \rightarrow s = 2 \cdot 10^4 \text{ m}$$

Dividindo o espazo percorrido pola lonxitude da circunferencia obtemos o número de voltas que dá:

$$n(\text{n° de voltas}) = \frac{s}{2\,\pi\, r} \rightarrow n(\text{n° de voltas}) = \frac{2 \cdot 10^4}{2 \cdot \pi \cdot 2{,}3 \cdot 10^{-5}} \rightarrow \boxed{n(\text{n° de voltas}) = 1{,}4 \cdot 10^8}$$

c) Anulárense os efectos dos campos quere dicir que a forza producida polo campo eléctrico debe ser de igual módulo e dirección pero de sentido oposto á producida polo campo magnético:

$$\vec{F}_{\text{magnética}} = -\vec{F}_{\text{eléctrica}} \rightarrow q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B} = -q_e \cdot \vec{E} \rightarrow \vec{v} \times \vec{B} = -\vec{E}$$



Módulo: $E = v \cdot B \rightarrow E = 2000 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 \rightarrow \boxed{E = 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}}$

Dirección de $\vec{E}$ coincide coa dirección de $\vec{v} \times \vec{B}$, segundo o gráfico, a do eixe x.

Sentido de $\vec{E}$ contrario ó de $\vec{v} \times \vec{B}$; segundo o gráfico: $-\vec{i}$.

Ou senón:

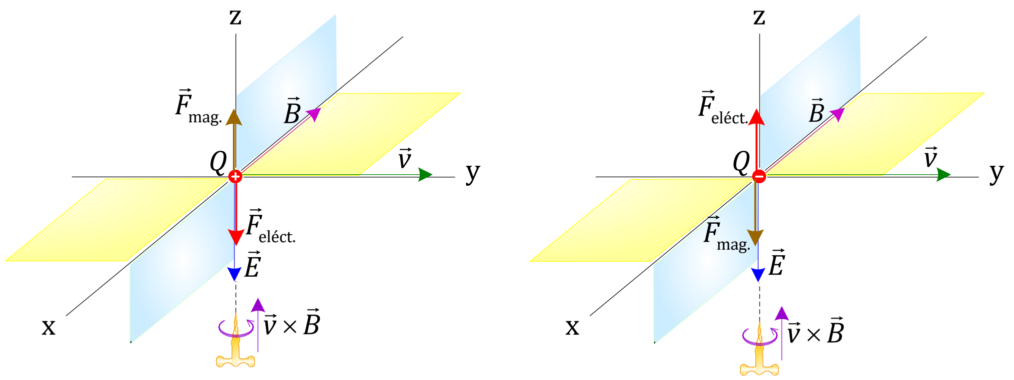
$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B} = -\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -2000 \cdot 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}5 \end{vmatrix} \rightarrow \boxed{\vec{E} = -10^6\, \vec{i} \;\; \text{N} \cdot \text{C}^{-1}}$$

23. Nunha rexión do espazo na que existe un campo eléctrico de 100 N·C⁻¹ e un campo magnético de 10^{-3} T, perpendiculares entre si, penetran un protón e un electrón con velocidades perpendiculares a ambos os campos.

a) Debuxa nun esquema os vectores velocidade, campo eléctrico e campo magnético no caso de que as partículas non se desvíen.
b) Que velocidade deben ter o protón e o electrón para pasaren sen desviarse?
c) Que enerxía cinética deberían ter nesas condicións?

Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg.

a)



b) A forza exercida polo campo eléctrico é: $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$.

A forza exercida polo campo magnético: $\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.

A condición para que as partículas cargadas pasen sen desviarse é: $\vec{F}_m + \vec{F}_e = \vec{0}$. E o valor da velocidade de ambas partículas calcúlase coa expresión: $F_m = F_e \rightarrow q \cdot v \cdot B = q \cdot E \rightarrow v = \dfrac{E}{B}$.

$$v = \frac{E}{B} \rightarrow v = \frac{100}{10^{-3}} \rightarrow \boxed{v = 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

c) As enerxías cinéticas serán:

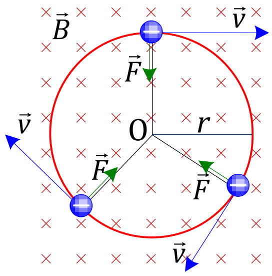
$$E_{\text{k (protón)}} = \frac{m_p \cdot v_p^2}{2} \rightarrow E_{\text{k (protón)}} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot \left(10^5\right)^2}{2} \rightarrow \boxed{E_{\text{k (protón)}} = 8{,}0 \cdot 10^{-18} \text{ J}}$$

$$E_{\text{k (electrón)}} = \frac{m_e \cdot v_e^2}{2} \rightarrow E_{\text{k (electrón)}} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \left(10^5\right)^2}{2} \rightarrow \boxed{E_{\text{k (electrón)}} = 4{,}6 \cdot 10^{-21} \text{ J}}$$

24. Un electrón con 1 eV de enerxía cinética describe un movemento circular uniforme nun plano perpendicular a un campo magnético de 10^{-4} T.

a) Explica, con axuda dun debuxo, unha posíble dirección e sentido da forza, velocidade e campo magnético implicados.
b) Calcula o raio da traxectoria.

Datos: $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

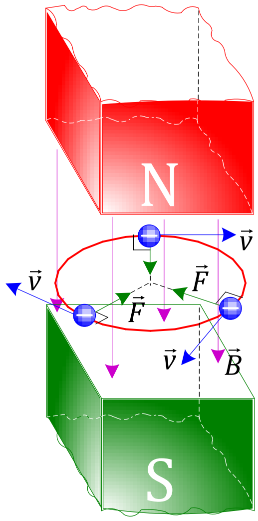


a) Imos empezar recordando que forza causa un movemento circular uniforme:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Por ser uniforme:}\, v = \text{cte.} \rightarrow a_t = 0 \\ \text{Por ser circular:}\, \vec{v} \neq \overrightarrow{\text{cte.}} \rightarrow \vec{a} \neq \vec{0} \\ \text{Ademais, cúmprese que:}\, \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \vec{a} = \vec{a}_n \\ a_n = \dfrac{v^2}{r} \\ r = \text{cte.} \end{array}\right\} \rightarrow a_n = \text{cte.}$$

En consecuencia, sobre o electrón actúa unha forza de módulo constante e de dirección normal á traxectoria, tendo o sentido cara ó interior da curva. Esta forza é a que o campo magnético $\vec{B}$ exerce sobre o electrón, que vén dada pola expresión: $\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\, \alpha$, sendo q a carga do electrón, v ó módulo da velocidade coa que se move e α o ángulo que forma $\vec{v}$ e $\vec{B}$.

O sentido de xiro dependerá do sentido do campo magnético con respecto ó sentido da velocidade do electrón.



b) A forza exercida polo campo magnético será a forza centrípeta necesaria para que o electrón describa a circunferencia. O raio da traxectoria será:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} F_{\text{mag.}} = q \cdot v \cdot B \\ F_{\text{cent.}} = m_e \cdot \dfrac{v^2}{r} \end{array}\right\} \rightarrow q \cdot v \cdot B = \dfrac{m_e \cdot v^2}{r} \rightarrow r = \dfrac{m_e \cdot v}{q \cdot B} \\ E_k = \dfrac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m_e}} \end{array}\right\} \rightarrow r = \frac{m_e \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m_e}}}{q \cdot B}$$

$$r = \frac{m_e \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_k}{m_e}}}{q \cdot B} \rightarrow r = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot 1 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-4}} \rightarrow \boxed{r = 3{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}$$

25. No interior dun tubo de TV, un electrón do feixe é acelerado por unha diferenza de potencial de $2\cdot10^4$ V. A continuación atravesa unha rexión na que hai un campo magnético transversal que o obriga a describir un arco de 12 cm de raio. Cal é o valor do campo magnético?

Datos: $q_e = -1,6\cdot10^{-19}$ C, $m_e = 9,1\cdot10^{-31}$ kg.

Na primeira parte do tubo, o electrón parte do repouso e é sometido a un campo eléctrico. A enerxía mecánica consérvase, de xeito que a enerxía cinética á saída desta primeira parte do tubo é igual á variación na súa enerxía potencial, cambiada de signo:

$$\left.\begin{array}{l} W=\Delta E_k \\ W=-\Delta E_p \end{array}\right\} \rightarrow \frac{m_e\cdot {v_e}^2}{2}-0=-q_e\cdot\Delta V \rightarrow v_e=\sqrt{-\frac{2\cdot q_e\cdot\Delta V}{m_e}}$$

$$q_e=-1,6\cdot10^{-19}\ \text{C}$$

$$\Delta V=+2\cdot10^4\ \text{V}\left(\begin{array}{l}\Delta V>0 \text{ porque as cargas negativas}\\ \text{abandonas nun campo eléctrico se}\\ \text{desprazan das zonas de menos cara}\\ \text{ás de máis potencial: } V_f>V_0\end{array}\right)$$

$$m_e=-9,1\cdot10^{-31}\ \text{kg}$$

$$\rightarrow v_e=\sqrt{-\frac{2\cdot\left(-1,6\cdot10^{-19}\right)\cdot2\cdot10^4}{9,1\cdot10^{-31}}}$$

$$v_e=8,4\cdot10^7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Esta velocidade é coa que entra perpendicularmente ao campo magnético na segunda parte do tubo, onde se produce un movemento circular uniforme: $\vec{F}_{mag}=\vec{F}_{normal}\rightarrow q_e\cdot v_e\cdot B=\frac{m_e\cdot v_e^2}{r_e}$.

$$B=\frac{m_e\cdot v_e}{q_e\cdot r_e}\rightarrow B=\frac{9,1\cdot10^{-31}\cdot8,4\cdot10^7}{1,6\cdot10^{-19}\cdot1,2\cdot10^{-1}}\rightarrow \boxed{B=4,0\cdot10^{-3}\ \text{T}}$$

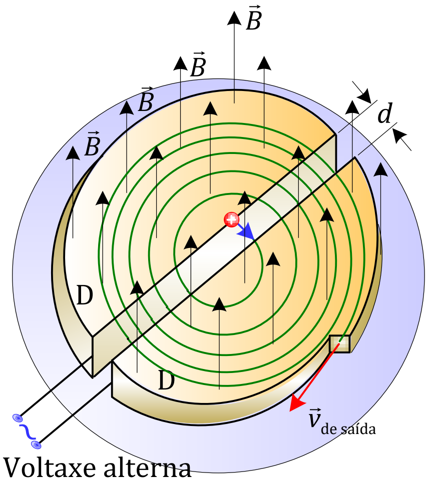
26. Un ciclotrón para acelerar protóns ten un campo magnético de intensidade 0,4 teslas, e o seu raio é 0,8 m.

a) Fai un esquema do ciclotrón e describe como funciona.
b) Calcula a velocidade coa que saen os protóns do ciclotrón.
c) Que voltaxe faría falta para que os protóns adquirisen esa velocidade partindo do repouso?

Datos: $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

a) Un ciclotrón é un acelerador de partículas que se basea en que a velocidade angular dunha partícula cargada no interior dun campo magnético uniforme é independente do raio e da velocidade lineal: $\omega_c = \dfrac{q \cdot B}{m}$

Así, ao introducir as partículas cargadas nun dispositivo con forma de "D" e seren aceleradas cunha voltaxe alterna de frecuencia exactamente igual a ω_c, ao completaren media volta, a "D" contraria cambia de polaridade dándolles un novo "empurrón" e comunicándolles unha enerxía $q \cdot \Delta V$. A velocidade das partículas crece deste xeito adquirindo un valor final igual a: $v_{\text{saida}} = \dfrac{q \cdot B \cdot r}{m}$.



Voltaxe alterna de alta frecuencia

b) Da expresión anterior:

$$v_{\text{saida do protón}} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} \rightarrow \boxed{v_{\text{saida do protón}} = 3{,}1 \cdot 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

c) A variación da enerxía cinética, ΔE_k, sería igual ao traballo eléctrico realizado, traballo que coincide coa variación de enerxía potencial cambiada de signo, $-\Delta E_p$: $\Delta E_k = -\Delta E_p$.

$$E_{\text{k final do protón}} - 0 = -\Delta E_p \rightarrow \frac{m_{\text{protón}} \cdot v^2_{\text{saída do protón}}}{2} = -q_{\text{protón}} \cdot \Delta V \rightarrow \Delta V = -\frac{m_{\text{protón}} \cdot v^2_{\text{saída do protón}}}{2 \cdot q_{\text{protón}}}$$

$$\Delta V = -\frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot \left(3{,}1 \cdot 10^{7}\right)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} \rightarrow \boxed{\Delta V = -5{,}0 \cdot 10^{6}\ \text{V}}$$

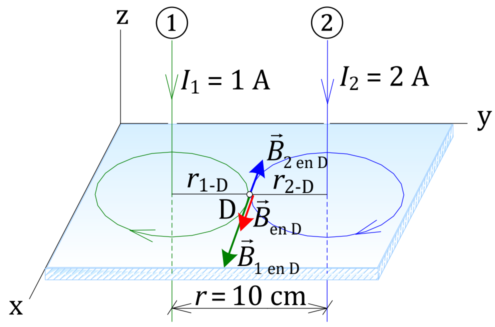
O signo negativo de ΔV débese a que as cargas positivas, por acción da forza do campo, se desprazan cara a potenciais decrecentes, sendo o potencial final, V_{final}, menor que o potencial inicial, V_0: $\Delta V = V_{\text{final}} - V_0 < 0$.

27. Sexan dous fíos metálicos moi longos, rectilíneos e paralelos, separadas por unha distancia de 10 cm e polos que circulan sendas correntes de intensidades 1 A e 2 A no mesmo sentido.

a) Debuxa o campo magnético resultante no punto medio da liña que une ambos os condutores e calcula o seu valor.
b) Na rexión entre os condutores, a que distancia do primeiro fío é cero o campo magnético?
c) Acha a forza magnética por unidade de lonxitude que se exerce sobre a corrente de 2 A.

Dato: $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ (SI).

a) Os campos magnéticos creados por cada corrente serán opostos e de dirección perpendicular ao plano determinado polas correntes. Terán como módulo:



$r_{1\text{-D}} = r_{2\text{-D}} = 5$ cm

$$B = \frac{2 \cdot K \cdot I}{r} \xrightarrow{K = \mu_0/(4\pi)} B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Como teñen a mesma dirección e sentidos opostos, a intensidade total resultante será a resta dos módulos:

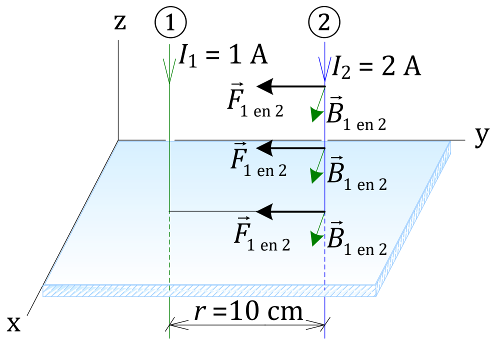
$$\vec{B}_{\text{en D}} = \vec{B}_{1\text{ en D}} + \vec{B}_{2\text{ en D}} \rightarrow B_{\text{en D}} = B_{1\text{ en D}} - B_{2\text{ en D}}$$

$$B_{\text{en D}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}05} - \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}05} \rightarrow \boxed{B_{\text{en D}} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ T}}$$

b) Para que o campo magnético sexa cero: $B_2 = B_1$.

$$\frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot a} - \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2 \cdot \pi \cdot (0{,}1 - a)} \rightarrow \boxed{a = 0{,}067 \text{ m}}$$

c) A forza que exerce un campo magnético $\vec{B}$ sobre unha corrente eléctrica rectilínea I é: $\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$.



A corrente eléctrica I_2 está no campo magnético creado pola corrente paralela I_1, sendo o vector campo magnético $\vec{B}_{1\text{ en 2}}$ que esta corrente crea perpendicular a I_2. E o módulo da forza magnética que actúa sobre o condutor "2" vén dada pola expresión: $F_{1-2} = I_2 \cdot l \cdot B_{1-2}$.

$$\left.\begin{aligned} F_{1-2} &= I_2 \cdot l \cdot B_{1-2} \\ B_{1-2} &= \frac{2 \cdot K \cdot I_1}{r_{1-2}} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{F_{1-2}}{l} = \frac{2 \cdot K \cdot I_1 \cdot I_2}{r_{1-2}} \xrightarrow{K = \mu_0/(4\pi)} \frac{F_{1-2}}{l} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r_{1-2}}$$

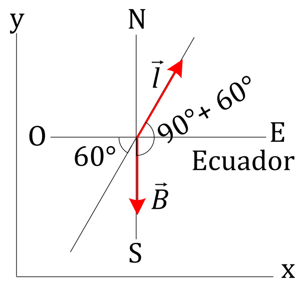
$$\frac{F_{1-2}}{l} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}1} \rightarrow \boxed{\frac{F_{1-2}}{l} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}$$

28. A Terra exerce un campo magnético de intensidade $0,5 \cdot 10^{-4}$ T. Un anaco de arame de alta tensión, en dirección suroeste-nordeste e formando un ángulo de 60° co Ecuador, espállase entre dúas torres separadas 150 m e transporta unha corrente de 1 kA.

a) Calcula a forza á que se ve sometido. Inflúe no resultado o sentido no que circula a corrente?
b) Hai algunha posibilidade de que o arame de alta tensión non sufra o efecto do campo magnético terrestre?

Nota: Supón que o campo magnético está dirixido de norte a sur.

a) A forza $\vec{F}$ que un campo magnético estacionario e uniforme $\vec{B}$ exerce sobre unha corrente eléctrica rectilínea de valor I vén dada pola expresión: $\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$, sendo $\vec{l}$ un vector de módulo a lonxitude de condutor situado dentro de $\vec{B}$ e co sentido da corrente.



O módulo da forza é:

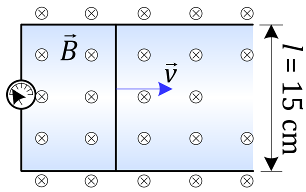
$$F = I \cdot l \cdot B \cdot \operatorname{sen} \theta \rightarrow F = 10^3 \cdot 150 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot \operatorname{sen}(90° + 60°) \rightarrow \boxed{F = 3,75 \text{ N}}$$

A dirección da forza é a perpendicular ao plano que forman a liña de corrente e o campo magnético terrestre. Será, por tanto, normal á superficie da Terra e cara ao chan (á terra). No gráfico correspóndelle a dirección o eixe Z, e o sentido é o da parte negativa deste.

O sentido no que circula a corriente electrica inflúe no sentido da fuerza que actúa sobre o cable, pero non sobre o módulo da fuerza. Se o sentido da corriente se inverte, a forza exercida estará dirixida en sentido opuesto, cara ao ceo.

b) Se as torres puidesen estar aliñadas coa dirección do campo magnético, a forza sería nula. Por tanto dirección norte-sur, independentemente do sentido da corrente.

29. A espira rectangular da figura ten un lado móbil de lonxitude 15 cm. Está situada nun campo magnético uniforme de 0,5 T, perpendicular ao plano da espira e dirixido cara a dentro do papel. Se o lado móbil se despraza cunha velocidade constante de 2 m/s, cal será a forza electromotriz inducida na espira?



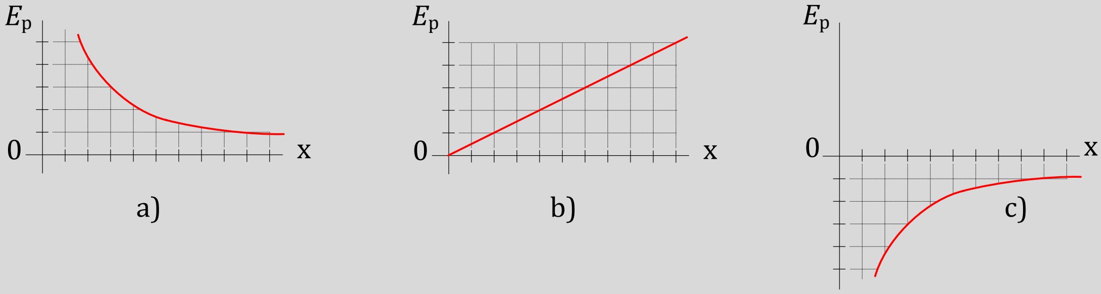
Segundo a lei de Faraday-Lenz, a fem inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(B\cdot S)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(B\cdot v\cdot t\cdot l)}{\mathrm{d}t} = -B\cdot v\cdot l \rightarrow \varepsilon = -0{,}5\cdot 2\cdot 0{,}15 \rightarrow \boxed{\varepsilon = -0{,}15\ \mathrm{V}}$$

O signo negativo indica que a corrente inducida debe dar lugar a un campo magnético que se opoña ao aumento de fluxo que se produce na espira. O campo magnético debe ser saíndo do plano da espira, polo que o sentido da corrente inducida será antihorario.

ELECTROMAGNETISMO. CUESTIÓNS

1. Que gráfica representa correctamente a enerxía potencial eléctrica dunha carga puntual negativa situada nun campo creado por unha carga puntual positiva, cando varía a distancia que as separa?



SOL.: **c**

Trátase dunha situación de tipo atractivo.Tendo en conta a ecuación que representa a enerxía potencial:

$$E_p = K \cdot \frac{q_+ \cdot q_-}{x} = -K \cdot \frac{|q_+| \cdot |q_-|}{x}$$

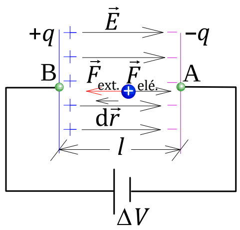
Resulta unha función na que a enerxía potencial varía de forma inversamente proporcional coa distancia, pero con carácter negativo. A enerxía potencial representa o traballo realizado por unha forza exterior para achegar unha carga dende o infinito (valor 0 de E_p) até un punto do campo. A medida que a distancia diminúe, a enerxía potencial é cada vez menor.

2. Unha carga eléctrica positiva áchase baixo a acción dun campo eléctrico uniforme. A súa enerxía potencial aumenta:
a) Se a carga se despraza na mesma dirección e sentido que o campo eléctrico.
b) Se a carga se despraza na mesma dirección e sentido oposto ao campo eléctrico.
c) Se a carga se despraza perpendicularmente ao campo eléctrico.

SOL.: **b**

Para que a enerxía potencial da carga aumente ao desprazarse cómpre que o traballo realizado pola forza eléctrica do campo sexa negativo, pois: $W_{A\to B} = -\Delta E_p$

Isto só é posíbel se a carga positiva se move paralelamente ao campo eléctrico pero en sentido oposto a este. Ao ser o campo eléctrico uniforme:



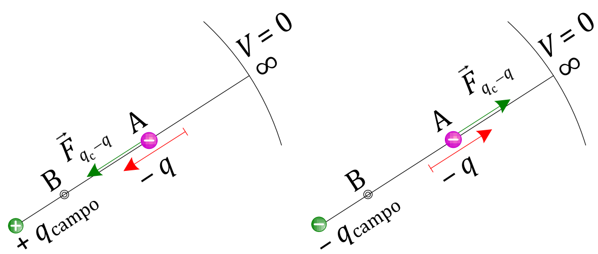
$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}_{elé.} \cdot d\vec{r} = \int_A^B q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^B q \cdot E \cdot dr \cdot \cos 180 = -q \cdot E \cdot [r]_A^B = -q \cdot E \cdot l$$

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p \to -q \cdot E \cdot l = -\Delta E_p \to q \cdot E \cdot l = E_{p\,B} - E_{p\,A} \to E_{p\,final} > E_{p\,inicial}$$

3. Unha partícula cargada móvese espontaneamente cara puntos nos que o potencial electrostático aumenta. O signo da carga eléctrica será: a) positivo; b) negativo; c) non se pode saber.

SOL.: **b**

Tendo en conta o principio de conservación da enerxía mecánica, a enerxía cinética da partícula vai aumentar segundo diminúa a enerxía potencial, pois a suma de ambas as enerxías debe ficar constante.



Como $\Delta E_p = q \cdot \Delta V$, para que $\Delta E_p < 0$ cómpre que a carga sexa negativa para que se mova espontaneamente cara valores crecentes do potencial.

4. No mes de abril de 2010 producíronse treboadas magnéticas causadas pola chegada á atmosfera dun vento solar de protóns a 500 km·s⁻¹. Cal foi a enerxía en electrón-voltios de cada un destes protóns ao chegaren a atmosfera?: a) $2{,}09·10^{-16}$ eV; b) $3{,}34·10^{-35}$ eV; c) $1{,}3·10^{3}$ eV.
Datos: $q_p = 1{,}6·10^{-19}$ C, $m_p = 1{,}67·10^{-27}$ kg.

SOL.: **c**

A velocidade coa que chegan failles adquirir unha enerxía cinética:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot \left(500 \cdot 10^3\right)^2 = 2{,}09 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$$

Como 1 eV equivale á enerxía necesaria para que un electrón (igual carga que o protón) percorra un campo eléctrico cunha ddp de 1 V:

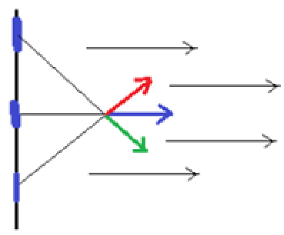
$$E_k = 2{,}09 \cdot 10^{-16}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 1305\ \text{eV}$$

5. As liñas de campo eléctrico producido por un fío rectilíneo infinito e uniformemente cargado:
a) Son circunferencias concéntricas co fío.
b) Son liñas rectas paralelas ao fío.
c) Son liñas rectas perpendiculares ao fío.

SOL.: **c**

En cada punto o campo eléctrico sería perpendicular ao arame, pois cada elemento de fío xera en cada punto un campo cunha compoñente paralela ao arame que se anulan entre si cos outros elementos próximos.

Só as compoñentes perpendiculares do campo se suman entre si, dando pois liñas de campo perpendiculares ao fío.



6. Que conclusións se poden sacar do feito de que o fluxo neto a través dunha superficie gaussiana sexa cero?
a) O campo eléctrico é cero en calquera punto da superficie.
b) Non hai cargas eléctricas no interior.
c) A suma alxébrica das cargas (carga neta) no interior é cero.

SOL.: **c**

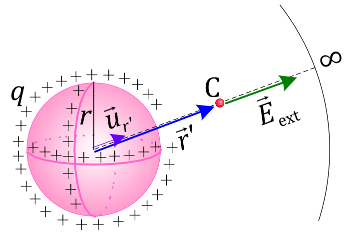
A partir do teorema de Gauss, o fluxo neto implica o fluxo de entrada e o fluxo de saída, de aí que se o fluxo é 0, non deba haber carga neta no interior da superficie.

7. No caso dunha esfera condutora de raio r e carga q culombios, en equilibrio electrostático:
a) O potencial exterior é nulo e o interior constante.
b) O campo exterior e función inversa do cadrado da distancia e o interior nulo.
c) O potencial exterior é constante e o interior nulo.

SOL.: **b**

Aplicando o teorema de Gauss obtense a intensidade de campo eléctrico no exterior e no interior da esfera:

$\vec{E}_{\text{ext}} = K \cdot \frac{q}{r'^2} \cdot \vec{u}_{r'}$: a intensidade de campo eléctrico $\vec{E}$ creada por unha carga q, distribuída nunha esfera condutora en equilibrio electrostático, nun punto exterior a ela, é igual á intensidade de campo creada por esa mesma carga se fose puntual e estivese situada no centro da esfera.



$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$ (as cargas sitúanse sobre a superficie do condutor e a carga encerrada no interior da esfera é nula).

A partir da intensidade de campo obtense o potencial, sendo, no exterior, función inversa da distancia e, no interior, constante (e igual ó da superficie).

$V_{\text{ext}} = K \cdot \frac{q}{r'}$: o potencial eléctrico V creado por unha carga q distribuída nunha esfera condutora en equilibrio electrostático nun punto exterior a ela é igual ó potencial creado por esa mesma carga se fose puntual e estivera situada no centro da esfera.

$V_{\text{int}} = K \cdot \frac{q}{r}$: sabendo que $\text{d}V = -\vec{E} \cdot \text{d}\vec{r} \rightarrow \text{d}V = -\vec{0} \cdot \text{d}\vec{r} \rightarrow \Delta V = 0$ e recordando ademais que o potencial toma valores continuos, resulta que o potencial eléctrico no interior da esfera coincide co da súa superficie.

8. No interior dun condutor cargado, en xeral:
a) O potencial non é nulo.
b) A carga non é nula.
c) O campo non é nulo.

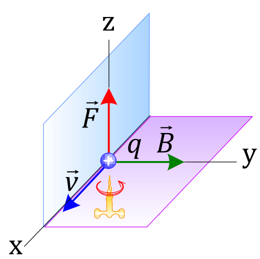
SOL.: **a**

No interior dun condutor cargado o potencial non é nulo, pois para levar carga até o seu interior necesitamos que se realice un traballo. En casos particulares, o potencial pode ser nulo, pero en cambio, se a carga non fose nula, afastaríase até a superficie (o que ocorre normalmente) deixando no interior un campo nulo.

9. Un positrón de carga $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C entra nun campo magnético $\vec{B} = 0{,}1\,\vec{j}\,(\text{T})$. Se a velocidade do positrón é $\vec{v} = 10^5\,\vec{i}\,(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$, entón a forza que sofre, en newton, é:
a) $1{,}6 \cdot 10^{-15}\vec{i}$.
b) $1{,}6 \cdot 10^{-15}\vec{j}$.
c) $1{,}6 \cdot 10^{-15}\vec{k}$.

SOL.: **c**

A partir da aplicación da lei de Lorentz: $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, como resultado de aplicar o produto vectorial entre os vectores $\vec{v}$ e $\vec{B}$ obtense que a forza magnética resultante debe ser $1{,}6 \cdot 10^{-15}\,\vec{k}\,(\text{N})$.



10. Cando unha partícula cargada se move dentro dun campo magnético, a forza magnética que actúa sobre ela realiza un traballo que sempre é:
a) Positivo, se a carga é positiva.
b) Positivo, sexa como sexa a carga.
c) Cero.

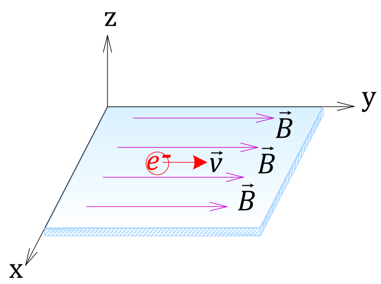
SOL.: **c**

Unha partícula cargada en movemento dentro dun campo magnético está sometida a acción dunha forza magnética, que segundo a lei de Lorentz: $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, resultará perpendicular ao vector campo magnético $\vec{B}$ e á velocidade da partícula $\vec{v}$. Por isto o traballo realizado, $\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$, será nulo, pois $\vec{F}$ e $\mathrm{d}\vec{r}$ son dous vectores perpendiculares, sendo $\mathrm{d}\vec{r} = \vec{v} \cdot \mathrm{d}t$ e, polo tanto, coa mesma dirección e sentido que $\vec{v}$.

11. Para que unha carga eléctrica non se desvíe ao pasar por unha zona de campo magnético non nulo, as liñas de campo han ser:
a) Perpendiculares ao desprazamento da carga.
b) Paralelas ó desprazamento da carga.
c) De calquera xeito que sexan, a carga desvíase sempre.

SOL.: **b**

A forza $\vec{F}$ que sofre unha carga q en movemento no seo dun campo magnético $\vec{B}$ vén dada polo produto vectorial da lei de Lorentz: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, polo que, en caso de haber movemento dunha carga nun campo magnético a forma de que dita forza sexa nula é que a velocidade $\vec{v}$ e o campo $\vec{B}$ sexan paralelos.



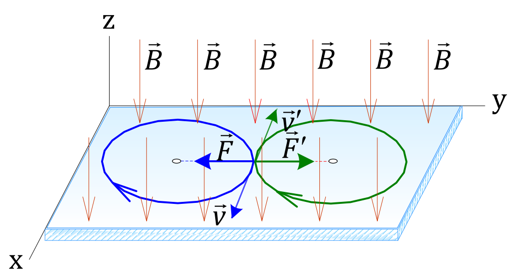
12. Nunha habitación existe un campo magnético que apunta verticalmente cara abaixo. De pronto lánzanse dous electróns, dende o mesmo punto, coa mesma velocidade en dirección perpendicular ao campo, pero en sentidos contrarios. Como se moverán?
a) En círculos tanxentes e sentido horario.
b) No mesmo círculo.
c) En círculos tanxentes e sentido antihorario.

SOL.: **a**

De acordo coa lei de Lorentz: $\vec{F} = q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, que vai orixinar un movemento circular no electrón (carga q_e negativa), resultará:

$$\vec{F} = q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B} = -|q_e| \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Móvense en sentido horario describindo círculos tanxentes.

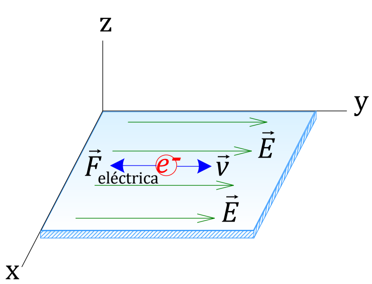


13. Se nunha rexión do espazo temos un electrón movéndose en liña recta a velocidade constante, podemos detelo se o sometemos a:
a) Un campo eléctrico de dirección paralela ao movemento.
b) Un campo magnético de dirección paralela ao movemento.
c) Un campo magnético de dirección perpendicular ao movemento.

SOL.: **a**

A forza eléctrica $\vec{F}_{\text{eléctrica}}$ que experimenta unha carga eléctrica q_e situada nunha rexión na que existe un campo eléctrico $\vec{E}$ vén dada por: $\vec{F}_{\text{eléctrica}} = q_e \cdot \vec{E}$

Se o campo eléctrico ten a mesma dirección que o movemento da carga e o mesmo sentido, como o electrón ten carga negativa, a aceleración tamén será negativa: $-|q_e| \cdot \vec{E} = m_e \cdot \vec{a}$.



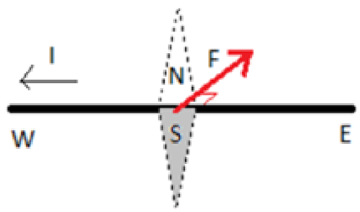
Se temos un campo magnético $\vec{B}$, a forza vén dada por: $\vec{F} = q_e \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, sendo a dirección de $\vec{F}$ perpendicular á dirección de $\vec{v}$, co que nunca vai modificar o módulo da velocidade do electrón.

14. Explica en que dirección debes colocar na superficie da Terra un arame recto polo que circula unha corrente eléctrica para que a forza exercida sobre el polo campo magnético terrestre sexa máxima:
a) Norte-Sur.
b) Leste-Oeste.
c) Outras.
Nota: Considérese que as liñas do campo magnético terrestre seguen de xeito aproximado a dirección Norte-Sur

SOL.: **b**

Tendo en conta a Lei de Lorentz: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$

Para que a forza sobre as cargas sexa máxima, o campo magnético debe ser perpendicular á velocidade das mesmas, isto é, ao fío condutor.



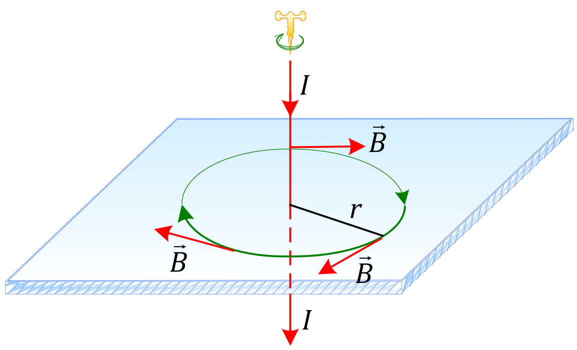
15. Un condutor rectilíneo leva unha corrente de 1 A. Produce un campo magnético máis intenso:
a) Canto máis groso sexa o condutor.
b) Canto maior sexa a velocidade de cada electrón individual.
c) Canto máis próximo estea ao punto exterior.

SOL.: **c**

Tendo en conta que o campo magnético $\vec{B}$ producido por unha corrente rectilínea indefinida *I* vén dado por:

$$B = \frac{2 \cdot K \cdot I}{r} \xrightarrow{K = \mu_0/(4\pi)} B = \frac{\mu_o \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

canto menor sexa *r*, maior será o campo magnético.



16. Por dous condutores paralelos e próximos entre si circulan correntes eléctricas do mesmo sentido. Que lle ocorrerá aos condutores?
a) Atráense.
b) Repélense.
c) Non exercen forzas mutuas se as correntes son da mesma magnitude.

SOL.: **a**

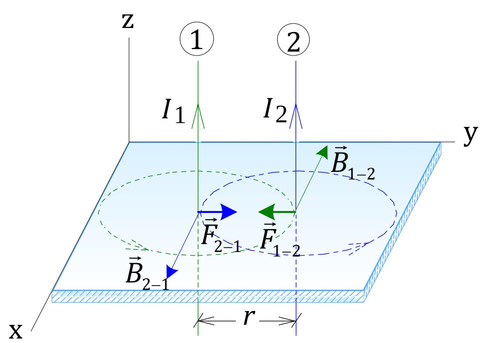
A partir da aplicación da 2ª lei de Laplace:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

e da lei de Biot-Savart:

$$\vec{B} = \frac{2 \cdot K \cdot I}{r} \cdot \vec{u}_B \xrightarrow{K = \mu_0/(4\pi)} \vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \vec{u}_B$$

poderemos coñecer as características das forzas debidas á acción mutua entre correntes:



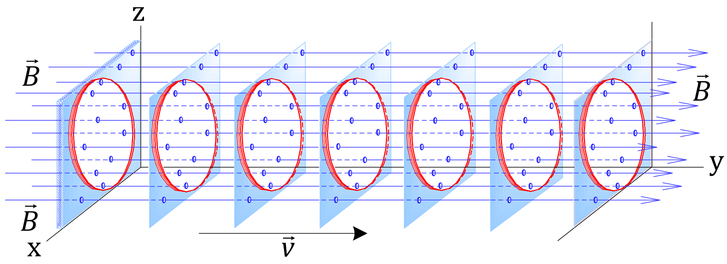
$$F = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

A partir da aplicación dos correspondentes produtos vectoriais de $\vec{l} \times \vec{B}$, obtense unha acción mutua de tipo atractivo entre correntes do mesmo sentido.

17. Se se move unha espira paralelamente ao seu eixo na mesma dirección dun campo magnético uniforme:
a) Prodúcese corrente inducida ao comezar o movemento.
b) Non se produce ningunha corrente inducida.
c) Aparece unha corrente inducida no sentido antihorario.

SOL.: **b**

A aparición dunha corrente inducida, de acordo coa lei de Faraday-Lenz implica a existencia dun fluxo magnético variable, algo que non ocorre se a espira non modifica a súa dirección de movemento no seo do campo magnético:



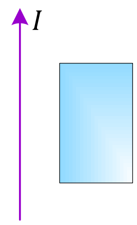
$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}\left(\vec{B}\cdot\vec{S}\right)}{\mathrm{d}t}$$

18. O coeficiente de autoindución dunha bobina toroidal é a relación:
a) Entre o fluxo e a intensidade.
b) Entre a intensidade e o campo magnético.
c) Entre o campo eléctrico e o campo magnético.

SOL.: **a**

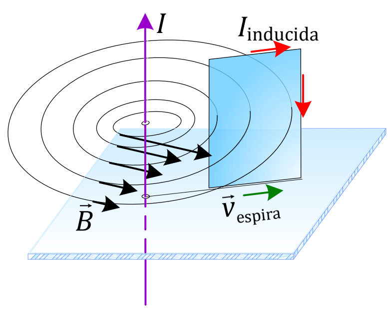
Pode demostrarse que para calquera circuíto o fluxo Φ que o atravesa é proporcional á intensidade de corrente eléctrica *I* que por el circula: $\Phi = L\cdot I$. A constante de proporcionalidade *L*, chamada coeficiente de autoindución, depende das características xeométricas da bobina e pódese obter como relación entre o fluxo e a intensidade, e mídese en henrios, H.

19. Polo fío condutor da figura circula unha corrente continua no sentido indicado. Inducirase unha corrente na espira rectangular se:
a) A espira se move cara a dereita.
b) A espira se move cara arriba paralelamente ao fío.
c) A espira non se move.



SOL.: **a**

A aparición dunha corrente inducida, de acordo coa lei de Faraday-Lenz, implica a existencia dun fluxo magnético variable no tempo:



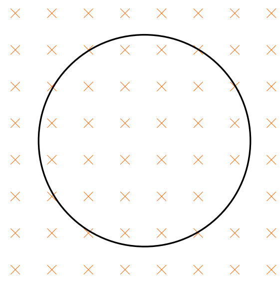
$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}\left(\vec{B}\cdot\vec{S}\right)}{\mathrm{d}t}$$

E o campo magnético creado por unha corrente eléctrica rectilínea indefinido vén dado por:

$$\vec{B}=\frac{2\cdot K\cdot I}{r}\vec{u}_B \xrightarrow{K=\mu_0/(4\pi)} \vec{B}=\frac{\mu_0\cdot I}{2\cdot\pi\cdot r}\vec{u}_B$$

Polo tanto, o fluxo magnético que atravesa a espira diminúe se esta se move cara á dereita, afastándose do fío, dando lugar á unha corrente inducida.

20. A espira circular da figura está situada no seo dun campo magnético uniforme entrante no plano do papel. Inducirase unha forza electromotriz se:
a) A espira se move cara a dereita.
b) A espira se move na dirección do campo magnético.
c) O valor do campo magnético aumenta linealmente co tempo.



SOL.: **c**

A aparición dunha corrente inducida, de acordo coa lei de Lenz implica a existencia dun fluxo magnético variable:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\left(\vec{B}\cdot\vec{S}\right)}{\mathrm{d}t}$$

Se o campo magnético varía no tempo, aparecerá unha f.e.m. inducida.

21. Unha espira colócase perpendicularmente a un campo magnético uniforme. En que caso será maior a f.e.m. inducida pola espira?
a) Se o campo magnético diminúe linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms.
b) Se o campo magnético aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms.
c) Se o campo magnético permanece constante cun valor de 1,5 T.

SOL.: **a**

Para que nunha espira apareza unha forza electromotriz inducida ε é necesario que varíe no tempo o fluxo magnético Φ que a atravesa. A forza electromotriz inducida ε vén dada pola lei de Faraday-Lenz:

$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\left(\vec{B}\cdot\vec{S}\right)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\left(B\cdot S\cdot\cos 0°\right)}{\mathrm{d}t}$, sempre que a variación de fluxo se deba á variación temporal do campo magnético, $\vec{B}$, ou á variación da superficie da espira, S, ou ó ángulo α formado entre $\vec{B}$ e $\vec{S}$.

En consecuencia o ítem c) queda descartado. Calculamos agora ε para o caso a) e b):

$$\varepsilon = -\frac{\Phi_{\text{final}} - \Phi_{\text{inicial}}}{\Delta t} = -\frac{(0\cdot S)_{\text{final}} - \left(300\cdot 10^{-3}\cdot S\right)_{\text{inicial}}}{1\cdot 10^{-3}} \rightarrow \varepsilon = 300\cdot S \text{ V}$$

$$\varepsilon = -\frac{\Phi_{\text{final}} - \Phi_{\text{inicial}}}{\Delta t} = -\frac{(1{,}2\cdot S)_{\text{final}} - (1\cdot S)_{\text{inicial}}}{1\cdot 10^{-3}} \rightarrow \varepsilon = 200\cdot S \text{ V}$$