

ONDAS. PROBLEMAS

1. Unha onda unidimensional propágase segundo a ecuación: $y = 2 \cos \{2\pi [(t/4) - (x/1,6)]\}$; onde as distancias "x" e "y" se miden en metros e o tempo en segundos. Determina:

a) O módulo da velocidade de propagación.

b) A diferenza de fase, nun instante dado, de dúas partículas separadas 120 cm na dirección de avance da onda.

c) A aceleración máxima.

a) A ecuación xeral dunha onda harmónica unidimensional que se propaga no eixe X e que a vibración ten lugar no eixe Y, utilizando a función coseno, é: $y(x,t) = A \cos(\omega t \pm kx)$. Comparando esta ecuación coa ecuación dada, sacamos os seguintes datos: $A = 2$ m; $T = 4$ s; $\lambda = 1,6$ m. A velocidade v de propagación da onda é:

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \\ \lambda = 1,6 \text{ m} \\ T = 4 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow v = \frac{1,6}{4} \rightarrow \boxed{v = 0,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

b)

$$\text{Fase: } \varphi = \left(\frac{2\pi}{4} t - \frac{2\pi}{1,6} x \right) \text{ rad}$$

$$\text{En } x_1: \varphi_1 = \left(\frac{2\pi}{4} t - \frac{2\pi}{1,6} x_1 \right) \text{ rad}$$

$$\text{En } x_2: \varphi_2 = \left(\frac{2\pi}{4} t - \frac{2\pi}{1,6} x_2 \right) \text{ rad}$$

$$|\Delta\varphi| = |\varphi_2 - \varphi_1| \rightarrow |\Delta\varphi| = \left| \left(\frac{2\pi}{4} t - \frac{2\pi}{1,6} x_2 \right) - \left(\frac{2\pi}{4} t - \frac{2\pi}{1,6} x_1 \right) \right| \rightarrow |\Delta\varphi| = \left| \frac{2\pi}{1,6} (x_2 - x_1) \right|$$

$$\left. \begin{array}{l} |\Delta\varphi| = \left| \frac{2\pi}{1,6} (x_2 - x_1) \right| \\ |(x_2 - x_1)| = 1,20 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\Delta\varphi = 1,5 \pi \text{ rad}}$$

c) A aceleración obtense derivando dúas veces con respecto ó tempo a ecuación de onda:

$$y = 2 \cos \left[(2\pi t/4) - (2\pi x/1,6) \right]$$

$$v = \frac{dy(x,t)}{dt} = \frac{d\{2 \cos[(2\pi t/4) - (2\pi x/1,6)]\}}{dt} \rightarrow v = -2 \cdot (2\pi/4) \text{ sen} \left[(2\pi t/4) - (2\pi x/1,6) \right]$$

$$a = \frac{dv(x,t)}{dt} = \frac{d\{-2 \cdot (2\pi/4) \text{ sen}[(2\pi t/4) - (2\pi x/1,6)]\}}{dt}$$

$$a = -2 \cdot (2\pi/4)^2 \cos\left[(2\pi t/4) - (2\pi x/1,6)\right]$$

A aceleración en valor absoluto será máxima cuando $\cos\left[(2\pi t/4) - (2\pi x/1,6)\right] = \pm 1$, resultando:

$$|a_{\text{máxima}}| = 2 \cdot (2 \cdot \pi/4)^2 \rightarrow \boxed{|a_{\text{máxima}}| = 4,93 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

2. Unha onda que se propaga por unha corda cunha velocidade de $2,0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ no sentido positivo do eixo X, ten unha amplitude de $4,0\cdot 10^{-2} \text{ m}$ e unha frecuencia de $4,0 \text{ Hz}$. Calcula:

- A ecuación do movemento ondulatorio.
- A diferenza de fase entre dous estados de vibración da mesma partícula cando o intervalo de tempo transcorrido é de $2,0 \text{ s}$. Razona se están en fase ou en oposición de fase.
- A diferenza de fase, nun instante dado, entre dúas partículas separadas $2,25 \text{ m}$. Razona se están en fase ou en oposición de fase.

a) A ecuación xeral dunha onda harmónica unidimensional que se propaga no sentido positivo do eixe X e que a vibración ten lugar no eixe Y, utilizando a función coseno, é: $y(x,t) = A \cos(\omega t - kx)$.

Cálculo de ω e k :

$$\omega = 2\pi \cdot v \rightarrow \omega = 2\pi \cdot 4,0 \rightarrow \omega = 8,0 \pi \text{ s}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ \lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \lambda = \frac{2,0}{4,0} \rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow k = \frac{2\pi}{0,5} = 4,0 \pi \text{ m}^{-1}$$

$$y(x,t) = 4,0 \cdot 10^{-2} \cos(8,0 \pi t - 4,0 \pi x) \text{ m}$$

b) Fase: $\varphi = (8,0 \pi t - 4,0 \pi x) \text{ rad}$

$$\text{En } t_1: \varphi_1 = (8,0 \pi t_1 - 4,0 \pi x) \text{ rad}$$

$$\text{En } t_2: \varphi_2 = (8,0 \pi t_2 - 4,0 \pi x) \text{ rad}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \rightarrow \Delta\varphi = (8,0 \pi t_2 - 4,0 \pi x) - (8,0 \pi t_1 - 4,0 \pi x) \rightarrow \Delta\varphi = 8,0 \pi (t_2 - t_1) \rightarrow \Delta\varphi = 8,0 \cdot 2 \pi \text{ rad}$$

Dado que $\Delta t = 2,0 \text{ s}$ é un múltiplo enteiro de T : $nT = \Delta t \rightarrow n \cdot \frac{1}{4,0} = 2,0 \rightarrow n = 8,0$; podemos concluír

que ambos estados de vibración están en fase.

Por outra parte, a diferenza de fase é un múltiplo enteiro de 2π : $\Delta\varphi = 8,0 \cdot 2 \pi \text{ rad}$, o que confirma que están en fase. Evidentemente, ambas condicións son equivalentes.

c) En x_1 : $\varphi_1 = (8,0 \pi t - 4,0 \pi x_1) \text{ rad}$

$$\text{En } x_2: \varphi_2 = (8,0 \pi t - 4,0 \pi x_2) \text{ rad}$$

$$|\Delta\varphi| = |\varphi_2 - \varphi_1| \rightarrow |\Delta\varphi| = |(8,0 \pi t - 4,0 \pi x_2) - (8,0 \pi t - 4,0 \pi x_1)| \rightarrow |\Delta\varphi| = |4,0 \pi (x_1 - x_2)| \rightarrow \Delta\varphi = 9,0 \pi \text{ rad}$$

Dado que $\Delta x = 2,25 \text{ m}$, é un múltiplo impar de $\lambda/2$: $n\lambda = \Delta x \rightarrow n \cdot 0,5 = 2,25 \rightarrow n = 4,5 \rightarrow n = \frac{9}{2}$,

podemos concluír que ambos partículas están en oposición de fase.

Por outra parte, a diferenza de fase é un múltiplo impar de π : $\Delta\varphi = 9,0 \pi \text{ rad}$, o que confirma que están en oposición de fase. Evidentemente, ambas condicións son equivalentes.

3. A ecuación dunha onda transversal que se propaga nunha corda é: $y(x,t)=10 \text{ sen}[\pi(x-0,2t)]$, onde x e y se expresan en cm e t en s. Calcula:

- A amplitude, a lonxitude de onda, a frecuencia e a velocidade de propagación da onda.
- Os valores máximos da velocidade e da aceleración das partículas da corda.
- En qué sentido se propaga a onda? Cal será a ecuación da onda transversal se se propaga en sentido contrario? Explícao.

a) $y(x,t)=10 \text{ sen}(\pi x - 0,2 \pi t)$ cm

Comparando coa ecuación xeral $y(x,t)=A \text{ sen}(kx - \omega t)$ resulta:

$$A = 0,10 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ k = \pi \cdot 10^2 \text{ m}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow \pi \cdot 10^2 = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 2\pi\nu \\ \omega = 0,2\pi \text{ s}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow 0,2\pi = 2\pi\nu \rightarrow \nu = 0,1 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu \\ \lambda = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ \nu = 0,1 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow v = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 0,1 \rightarrow v = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) $v = \frac{dy(x,t)}{dt} = \frac{d[A \text{ sen}(kx - \omega t)]}{dt} \rightarrow v = -A\omega \cos(kx - \omega t)$

$$|v_{\text{máxima}}| = A\omega \rightarrow |v_{\text{máxima}}| = 0,10 \cdot 0,2 \cdot \pi \rightarrow |v_{\text{máxima}}| = 2,0 \cdot 10^{-2} \pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a = \frac{dv(x,t)}{dt} = \frac{d[-A\omega \cos(kx - \omega t)]}{dt} \rightarrow a = -A\omega^2 \text{ sen}(kx - \omega t)$$

$$|a_{\text{máxima}}| = A\omega^2 \rightarrow |a_{\text{máxima}}| = 0,10 \cdot (0,2 \cdot \pi)^2 \rightarrow |a_{\text{máxima}}| = 4,0 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

c) A onda propágase no sentido positivo do eixo X, xa que a velocidade de propagación da onda é positiva. Se se propaga no sentido negativo do eixo X: $y(x,t)=10 \text{ sen}[\pi(x+0,2t)]$, xa que a velocidade de propagación da onda é negativa.

4. Unha onda transversal propágase a través dunha corda. O desprazamento das partículas está dado por: $y(x,t)=0,06 \text{ sen} \left[\pi x + 20 \pi t + \frac{\pi}{2} \right]$ (unidades SI). Calcula:

- a) O período da onda.
- b) A rapidez de propagación.
- c) A ecuación da corda en $t = 4 \text{ s}$ e o seu gráfico.

a) A función matemática da onda pode escribirse como: $y(x,t)=A \text{ sen}(kx \pm \omega t + \varphi_0)$, co signo - para as ondas que viaxan no sentido positivo do eixo X e co signo + para as ondas que viaxan en sentido contrario.

Comparando coa función dada do enunciado: $y(x,t)=0,06 \text{ sen}(\pi x + 20 \pi t + \pi/2)$, obtemos os parámetros da onda:

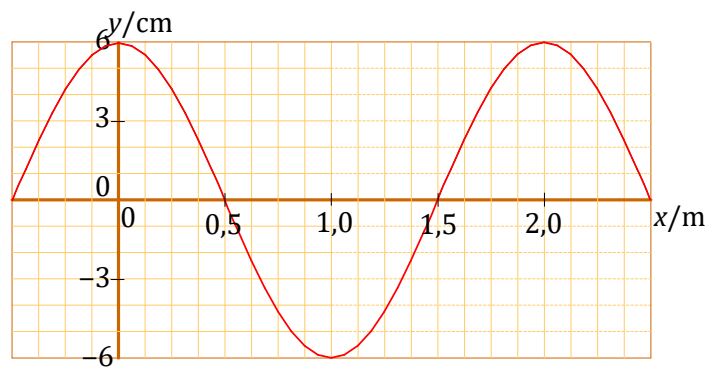
$$\left. \begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \\ \omega = 20\pi \text{ rad/s} \end{array} \right\} \rightarrow T = \frac{2\pi}{20\pi} \rightarrow \boxed{T=0,1 \text{ s}}$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ k = \pi \text{ m}^{-1} \\ T = 0,1 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 2 \text{ m} \left\{ \rightarrow v = \frac{2}{0,1} \rightarrow v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right.$$

c) A ecuación da onda en $t = 4 \text{ s}$:

$$y(x,4) = 0,06 \text{ sen} \left(\pi x + 20 \cdot \pi \cdot 4 + \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow y(x,4) = 0,06 \text{ sen} \left(\pi x + \frac{\pi}{2} \right) \rightarrow \boxed{y(x,4) = 0,06 \cos(\pi x) \text{ m}}$$



5. Unha onda, de frecuencia 30 Hz, desprázase por unha corda situada ao longo do eixo X. A onda oscila nunha dirección Y cunha amplitude de 20 cm. Se a velocidade das ondas na corda é de $120 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ e a densidade lineal é de $60 \text{ g}\cdot\text{m}^{-1}$, determina:

- A lonxitude de onda.
- A ecuación de onda.
- A enerxía por unidade de lonxitude.

a) A lonxitude de onda pode obterse a partir da relación entre velocidade e frecuencia:

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \lambda v \rightarrow \lambda = \frac{v}{v} \\ v = 120 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v = 30 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{120}{30} \rightarrow \boxed{\lambda = 4 \text{ m}}$$

b) Calculamos e substituímos os valores correspondentes das magnitudes que aparecen na ecuación xeral dunha onda harmónica: $y(x,t) = A \text{ sen}(kx \pm \omega t)$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ \lambda = 4 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow k = \frac{2\pi}{4} \rightarrow k = \frac{\pi}{2} \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi v \rightarrow \omega = 2\pi 30 = 60\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\boxed{y(x,t) = 0,2 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}x - 60\pi t\right) (\text{m})}$$

c) Para obter a enerxía por unidade de lonxitude, partimos da enerxía dun movemento harmónico simple:

$$E = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2\pi v)^2 \cdot A^2 = 2\mu l \pi^2 \cdot v^2 \cdot A^2, \text{ sendo } \mu \text{ a densidade lineal de masa:}$$

$$\mu = \frac{m}{l}.$$

A enerxía por unidade de lonxitude será:

$$\frac{E}{l} = 2\mu \pi^2 v^2 A^2 \rightarrow \frac{E}{l} = 2 \cdot 60 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \cdot 30^2 \cdot 0,2^2 \rightarrow \boxed{\frac{E}{l} = 42,6 \text{ J}\cdot\text{m}^{-1}}$$

6. Unha onda xerada por unha corda de $0,01 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}$ de densidade lineal vén dada pola ecuación:
 $y(x,t) = 0,2 \text{ sen}(2\pi x + 50\pi t) \text{ m}$. Calcula:

- a) A frecuencia da onda.
- b) A velocidade de propagación das ondas na corda.
- c) A potencia que transporta a onda.

a) A frecuencia obtense da expresión:

$$\omega = 2\pi\nu \rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow \nu = \frac{50\pi}{2\pi} \rightarrow \boxed{\nu = 25 \text{ Hz}}$$

b) A velocidade de propagación resulta de:

$$\left. \begin{array}{l} \nu = \frac{x}{t} \rightarrow \nu = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu \\ \omega = 2\pi\nu \rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} \\ \omega = 50\pi \text{ s}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow \nu = \frac{50\pi}{2\pi} = 25 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \\ k = 2\pi \text{ m}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{2\pi} \rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

$$\rightarrow \nu = 1 \cdot 25 \rightarrow \boxed{\nu = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

c) A potencia que transporta a onda é a enerxía por unidade de tempo: $P = \frac{E}{t}$.

$$E = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \xrightarrow{\omega = 2\pi\nu, m = \mu \cdot l} E = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot l \cdot (2\pi\nu)^2 \cdot A^2 = 2 \cdot \mu \cdot l \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot A^2$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{2 \cdot \mu \cdot l \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot A^2}{t} = 2 \cdot \mu \cdot \nu \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot A^2 \rightarrow P = 2 \cdot 0,01 \cdot 25 \cdot \pi^2 \cdot 25^2 \cdot 0,2^2 \rightarrow \boxed{P = 123 \text{ W}}$$

7. Unha onda cuxa amplitude é 0,3 m recorre 300 m en 20 s. Calcula:

- A lonxitude de onda.
- Constrúe a ecuación de onda, tendo en conta que o seu avance é no sentido negativo do eixe X.
- A máxima velocidade dun punto que vibra coa onda se a frecuencia é 2 Hz.

a) A lonxitude de onda determínase a partir da velocidade de propagación.

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot \nu \rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu} \\ v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{300}{20} \rightarrow v = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ v = 2 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{15}{2} \rightarrow \boxed{\lambda = 7,5 \text{ m}}$$

b) A ecuación de onda obtense ao substituír os datos na expresión xeral: $y(x,t) = A \text{ sen}(\omega t + k x)$.

$$\left. \begin{array}{l} y(x,t) = A \text{ sen}(\omega t + k x) \\ A = 0,3 \text{ m} \\ \omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu \rightarrow \omega = 4 \pi \text{ Hz} \\ k = \frac{2 \pi}{\lambda} \rightarrow k = \frac{2 \pi}{7,5} = \frac{4 \pi}{15} \text{ m}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{y(x,t) = 0,3 \text{ sen} \cdot \left(4 \pi t + \frac{4 \pi}{15} x \right) \text{ m}}$$

c) A máxima velocidade pode determinarse a partir da expresión da velocidade, que se obtén ó derivar a ecuación de onda:

$$v = \frac{dy(x,t)}{dt} = \frac{d \left[0,3 \cdot \text{sen} \left(4 \pi t + \frac{4 \pi}{15} x \right) \right]}{dt} \rightarrow v = 0,3 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \cos \left(4 \pi t + \frac{4 \pi}{15} x \right)$$

$$|v_{\text{máxima}}| = 0,3 \cdot 4 \cdot \pi \rightarrow \boxed{|v_{\text{máxima}}| = 1,2 \pi \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

8. A función de onda dunha onda harmónica que se move nunha corda é $y(x,t)=0,03 \text{ sen}(2,2x-3,5t)$, onde as lonxitudes se expresan en metros e o tempo en segundos. Determina:

- a) A lonxitude de onda e o período desta onda.
- b) A velocidade de propagación.
- c) A velocidade máxima de calquera segmento da onda.

a) Comparando a ecuación xeral dunha onda harmónica unidimensional que se propaga no eixe X e que a vibración ten lugar no eixe Y, utilizando a función seno, $y(x,t)=A \text{ sen}(kx \pm \omega t)$, coa ecuación de onda dada: $y(x,t)=0,03 \text{ sen}(2,2x-3,5t)$, temos:

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \\ k = 2,2 \text{ m}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{2,2} \rightarrow \boxed{\lambda = 2,9 \text{ m}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \\ \omega = 3,5 \text{ s}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow T = \frac{2\pi}{3,5} \rightarrow \boxed{T = 1,8 \text{ s}}$$

b) Velocidade de propagación:

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \\ \lambda = 2,9 \text{ m} \\ T = 1,8 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow v = \frac{2,9}{1,8} \rightarrow \boxed{v = 1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

c) Velocidade máxima:

$$v = \frac{dy(x,t)}{dt} = \frac{d[0,03 \text{ sen}(2,2x-3,5t)]}{dt} \rightarrow v = -0,03 \cdot 3,5 \cos(2,2x-3,5t)$$

$$|v_{\text{máxima}}| = 0,03 \cdot 3,5 \rightarrow \boxed{|v_{\text{máxima}}| = 0,11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

9. Un altofalante emite ondas sonoras esféricas cunha potencia de 200 W. Determina:

- a) A enerxía emitida en media hora.
- b) A intensidade sonora a 4 m do altofalante.
- c) O nivel de intensidade sonora, en dB, a 4 m do altofalante.

Datos: $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

a) A enerxía emitida é:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{E}{t} \rightarrow E = P \cdot t \\ P = 200 \text{ W} \\ t = 0,5 \text{ h} = 1800 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow E = 200 \cdot 1800 \rightarrow \boxed{E = 3,6 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

b) A intensidade sonora será:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4 \pi r^2} \\ P = 200 \text{ W} \\ r = 4 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow I = \frac{200}{4 \cdot \pi \cdot 4^2} \rightarrow \boxed{I = 1,00 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}}$$

c) Tendo en conta a definición do nivel de intensidade sonora en dB:

$$S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \rightarrow S = 10 \cdot \log \frac{1,00}{10^{-12}} \rightarrow \boxed{S = 120 \text{ dB}}$$

10. O canto dun galo produce unha onda esférica de 1 mW de potencia.

- a) Cal é o nivel de intensidade sonora a unha distancia de 10 m?
- b) Outro galo canta, simultaneamente, cunha potencia de 2 mW, a unha distancia de 30 m do primeiro galo. Cal será a intensidade do son resultante no punto medio do segmento que une ambos galos?
- c) Cal será o nivel de intensidade sonora resultante?

Datos: $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

a) O nivel de intensidade sonora será:

$$\left. \begin{array}{l} S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \\ I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4 \pi r^2} \\ P = 0,001 \text{ W} \\ r = 10 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow I = \frac{0,001}{4 \cdot \pi \cdot 10^2} = 7,96 \cdot 10^{-7} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2} \rightarrow S = 10 \cdot \log \frac{7,96 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} \rightarrow \boxed{S = 59 \text{ dB}}$$

b) No punto medio, a intensidade sonora será a suma das intensidades do canto de cada un dos galos:

$$\left. \begin{array}{l} I = I_1 + I_2 \\ I_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{0,001}{4 \cdot \pi \cdot 15^2} \\ I_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{0,002}{4 \cdot \pi \cdot 15^2} \end{array} \right\} \rightarrow I = \frac{0,001}{4 \cdot \pi \cdot 15^2} + \frac{0,002}{4 \cdot \pi \cdot 15^2} \rightarrow \boxed{I = 1,06 \cdot 10^{-6} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}}$$

c) E o nivel de intensidade sonora resultante será:

$$S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \rightarrow S = 10 \cdot \log \frac{1,06 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} \rightarrow \boxed{S = 60 \text{ dB}}$$

11. O vo 370 de Malaysia Airlines que desapareceu o 8 de marzo de 2014 no Mar de China estaba sendo controlado dende a torre de control cun radar de 1000 MHz de frecuencia e 1 kW de potencia.

- Calcula o número de fotóns por segundo que emitía o radar.
- Calcula a intensidade das ondas do radar á distancia que estaba o avión cando se detectou por última vez, sabendo que dita distancia era de 200 km dende a posición do radar. Suponse ondas esféricas e non se ten en conta a absorción na atmosfera.
- Un barco de rescate rexistrou sinais ultrasónicas procedentes do fondo do océano, que poderían ser da caixa negra do avión. Sábese que a caixa negra emite ondas acústicas de 37,5 kHz e 160 dB. Calcula a lonxitude de onda e a intensidade destes ultrasóns.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; velocidade do son na auga = $1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

a) A enerxía dun fotón é:

$$E = h\nu \rightarrow E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 10^9 \rightarrow E = 6,63 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

Dado que a potencia é a relación entre enerxía e tempo:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{n \cdot E_{\text{fotón}}}{t} \\ P = 1000 \text{ W} \\ E_{\text{fotón}} = 6,63 \cdot 10^{-25} \text{ J} \\ t = 1 \text{ s} \end{array} \right\} \rightarrow 1000 = \frac{n \cdot 6,63 \cdot 10^{-25}}{1} \rightarrow \boxed{n = 1,51 \cdot 10^{27} \text{ fotóns/s}}$$

b) A intensidade da onda é:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \\ P = 1000 \text{ W} \\ r = 2 \cdot 10^5 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow I = \frac{1000}{4 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^5)^2} \rightarrow \boxed{I = 2 \cdot 10^{-9} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}}$$

c) A lonxitude de onda será:

$$\left. \begin{array}{l} v = \lambda \nu \rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu} \\ v = 1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ \nu = 37,5 \cdot 10^3 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{1500}{37,5 \cdot 10^3} \rightarrow \boxed{\lambda = 0,04 \text{ m}}$$

A intensidade sonora S dos ultrasóns pode obterse a partir de:

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 160 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow \boxed{I = 10^4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}}$$

12. Para determinar a profundidade dunha cova emítese unha onda sonora esférica de 20 W, escoitándose o eco ao cabo de 3 s. Supoñendo que a cova é suficientemente ampla para desprezar as reflexións nas paredes laterais e os fenómenos de absorción, determina:

- a) A profundidade da cova.
- b) A intensidade da onda sonora ao chegar ao fondo da cova.
- c) O nivel de intensidade sonora nese momento. Ultrasóns.

Datos: velocidade do son = $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- a) A profundidade da cova determínase tendo en conta o movemento uniforme do son e que 3 s é o tempo que emprega a onda no camiño de ida e volta:

$$v = \frac{\text{distancia}}{t} \rightarrow \text{distancia} = v \cdot t \rightarrow \text{distancia} = 340 \cdot \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{\text{distancia} = 510 \text{ m}}$$

- b) A intensidade é:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \\ P = 20 \text{ W} \\ r = 510 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow I = \frac{20}{4 \cdot \pi \cdot 510^2} \rightarrow \boxed{I = 6,12 \cdot 10^{-6} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}}$$

- c) O nivel de intensidade sonora S é:

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow S = 10 \log \frac{6,12 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}} \rightarrow \boxed{S = 68 \text{ dB}}$$

13. Dous altosfalantes emiten ondas sonoras con potencias P_A e P_B , sendo $P_B = 2 P_A$. Nun punto P, situado a unha distancia de 5 m, equidistante de ambos altosfalantes, o nivel de intensidade sonora é de 90 dB. Determina:

a) A intensidade sonora en P.

b) A potencia de cada un dos altosfalantes.

a) O nivel de intensidade sonora nun punto Q, situado a 2 m de A e 8 m de B.

Dato: $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

a) Coñecendo o nivel de intensidade sonora en P, podemos determinar a intensidade:

$$S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \rightarrow 90 = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow \boxed{I = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}}$$

b) A partir da relación entre intensidade e potencia:

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4 \pi r^2} \\ I = 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \\ r = 5 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow 10^{-3} = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot 5^2} \rightarrow P = 0,314 \text{ W}$$

$$\left. \begin{array}{l} P = P_A + P_B \\ P_B = 2 P_A \\ P = 0,314 \text{ W} \end{array} \right\} \rightarrow 0,314 = 3 P_A \rightarrow \begin{cases} \boxed{P_A = 0,105 \text{ W}} \\ \boxed{P_B = 0,209 \text{ W}} \end{cases}$$

c) No punto Q, determinamos a intensidade sonora debida a cada altosfalante:

$$\left. \begin{array}{l} S = 10 \cdot \log \frac{I_A + I_B}{I_0} \\ I_A = \frac{P_A}{S_A} \rightarrow I_A = \frac{0,105}{4 \cdot \pi \cdot 2^2} \rightarrow I_A = 2,09 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \\ I_B = \frac{P_B}{S_B} \rightarrow I_B = \frac{0,209}{4 \cdot \pi \cdot 8^2} \rightarrow I_B = 2,60 \cdot 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \\ I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \end{array} \right\} \rightarrow S = 10 \cdot \log \frac{2,09 \cdot 10^{-3} + 2,60 \cdot 10^{-4}}{10^{-12}} \rightarrow \boxed{S = 93,7 \text{ dB}}$$

14. Dous altosfalantes están situados á mesma altura e separados entre si unha distancia de 4,0 m. Ambos emiten un son puro de 200 Hz. No primeiro, F_1 , seleccionouse unha potencia de 1,2 mW e no segundo, F_2 , a potencia seleccionada é 1,8 mW. Sábese que vibran en fase.

a) Determine a intensidade do son nun punto do plano no que están os altosfalantes situado a 4,0 m do primeiro altosfalante e a 3,0 m do segundo.

b) Supoña agora que en ambos altosfalantes selecciónase a mesma potencia, 1,0 mW, e o son puro que emiten é de 40 Hz Cal será o nivel de intensidade sonora no punto medio entre ambos altosfalantes?

c) Empregando a curva isofónica axunta, determine o nivel de sensación sonora no punto medio entre ambos altosfalantes?

Datos: velocidade do son $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $I_0 = 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

a) Por tratarse de ondas síncronas, pode utilizarse un diagrama de fasores para o cálculo da amplitude A resultante, aplicando o teorema do coseno.

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \delta$$

E como a intensidade da onda I é directamente proporcional ao cadrado da amplitude, $I \propto A^2$:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1} \sqrt{I_2} \cos \delta$$

Considerando o desfase entre ambas ondas como: $\delta = k \cdot \Delta r$,

sendo k o número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Como a velocidade do son é: $v = \lambda \cdot \nu \rightarrow \lambda = \frac{v}{\nu}$

Entonces:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v} \nu$$

Polo que:

$$\delta = \frac{2\pi \cdot \nu \cdot \Delta r}{v}$$

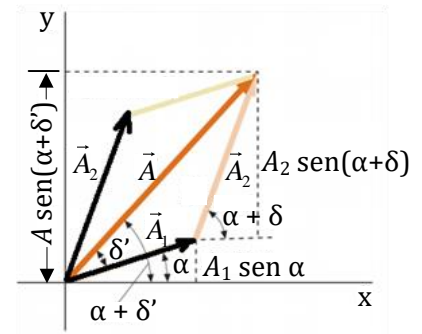
Considerando que se trata de ondas con envolvente esférica:

$$I_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1}{4\pi r_1^2}; I_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{P_2}{4\pi r_2^2}$$

Desta maneira, substituíndo na ecuación da intensidade e tomando a velocidade do son de 340 m/s, resulta:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1} \sqrt{I_2} \cos \delta$$

$$I = \frac{P_1}{4\pi r_1^2} + \frac{P_2}{4\pi r_2^2} + 2 \cdot \sqrt{\frac{P_1}{4\pi r_1^2}} \cdot \sqrt{\frac{P_2}{4\pi r_2^2}} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \nu \Delta r}{v}\right)$$



$$I = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 4^2} + \frac{1,8 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 3^2} + 2 \cdot \sqrt{\frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 4^2}} \cdot \sqrt{\frac{1,8 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 3^2}} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot (4-3)}{340}\right)$$

$$I = 5,97 \cdot 10^{-6} + 1,59 \cdot 10^{-5} + 19,49 \cdot 10^{-6} \cdot (-0,850) \rightarrow \boxed{I = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}}$$

b) Dado que os alt falantes vibran en fase, as ondas chegan ao punto medio tamén en fase (a diferenza de camiños é 0) polo que a amplitude duplícase.

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \delta \xrightarrow{\text{en fase}} A = A_1 + A_2$$

Como ambos emiten coa mesma potencia de 1,0 mW: $A_1 = A_2$

$$A^2 = (2 A_1)^2 = 4 A_1^2$$

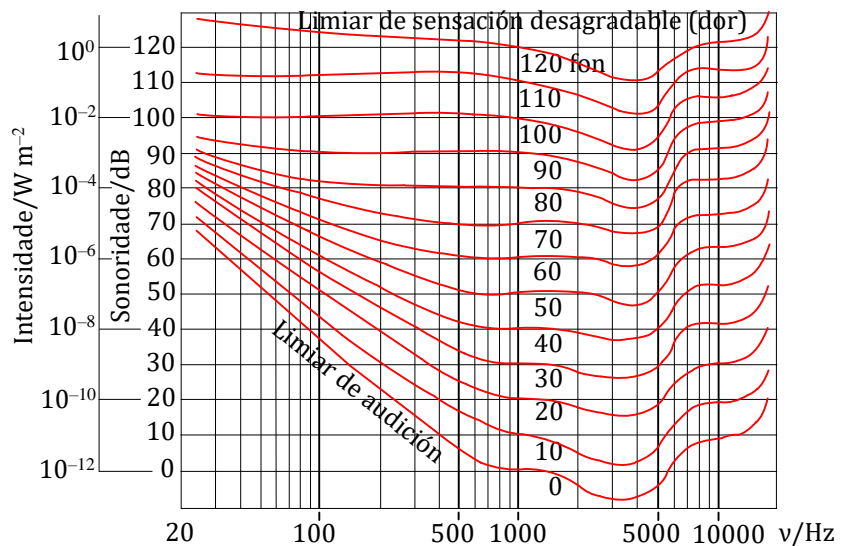
Como $I \propto A^2$, resulta: $I = 4 I_1$

$$I_1 = I_2 = \frac{P}{4 \pi r^2} \rightarrow I = 4 \cdot \frac{P}{4 \pi r^2}$$

Para determinar o nivel de intensidade sonora, en dB:

$$S = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{4 \cdot \frac{P}{4 \pi r^2}}{I_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{4 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 2^2}}{10^{-12}}\right) \rightarrow \boxed{S = 79,00 \text{ dB}}$$

Para determinar o nivel de sensación sonora, en fonios, observamos as curvas fónicas. Tomando a abscisa de 40 Hz e ordenada 79 dB obtemos unha curva isofónica de **60 fonios** de sensación sonora.



ONDAS. CUESTIÓNS

1. Unha onda sen rozamentos amortécese de tal xeito que a amplitude é proporcional á inversa da raíz cadrada da distancia á orixe. Isto débese a que é unha onda: a) esférica; b) cilíndrica; c) lineal.

SOL.: b

Tendo en conta que a intensidade I do movemento ondulatorio é a relación entre a potencia P (ou enerxía por unidade de tempo) e a superficie normal á dirección de propagación, teremos para ondas cilíndricas: $I = P / (2 \pi r h)$.

A intensidade é proporcional á enerxía E e esta é directamente proporcional ao cadrado da amplitude A de oscilación ($E = \frac{1}{2} k A^2$), resultando que I será directamente proporcional a A^2 e inversamente proporcional a r . Polo tanto, A será inversamente proporcional a $r^{1/2}$.

2. Escoitando un coro, atopamos nunha nota mantida que se producen altibaixos de sonoridade. Popularmente dise que é debido a que alguén "desentoa". Na realidade, o que pasa é que alguén:
- Está dando unha frecuencia sonora diferente ó resto.
 - Está producindo unha intensidade diferente.
 - A composición das frecuencias que constitúen a súa voz nese momento é diferente á dos seus compañeiros.

SOL.: a

Unha das calidades do son, o ton, que nos permite distinguir os sons agudos dos graves, depende da súa frecuencia fundamental. Cando as frecuencias fundamentais das ondas que se compoñen son diferentes, a composición das ondas pasa por intervalos de tempo nas que se producen interferencias construtivas e outros nas que son destrutivas, interpretadas como altibaixos de sonoridade. Polo tanto "desentoar" supón modificar esta frecuencia fundamental.

3. A velocidade dunha onda:
- Varía coa fase na que se atope o punto.
 - Varía coa distancia do punto á orixe.
 - Varía ao cambiar o medio de propagación.

SOL.: c

A velocidade dunha onda é o resultado do produto da lonxitude de onda pola frecuencia, e depende do medio no que se está a propagar a onda. Ao cambiar o medio de propagación producirase unha modificación da súa lonxitude de onda que implicará un cambio da velocidade da onda. A frecuencia non se modifica ao depender exclusivamente do foco emisor.

4. Na composición de dúas ondas luminosas das mesmas características prodúcense lugares onde non hai iluminación apreciable.
- Isto é unha reflexión.
 - Prodúcese unha interferencia.
 - Non é certo, non se produce nunca.

SOL.: b

As interferencias prodúcense por superposición de dous movementos ondulatorios. Neste caso estamos a considerar o comportamento ondulatorio da luz. Cando dúas ondas luminosas estacionarias producidas por focos distintos que se propagan polo mesmo medio se atopan nun

mesmo punto, prodúcese o fenómeno das interferencias. Posto que a luz ten natureza electromagnética, as perturbacións mutuas preséntanse como reforzos ou diminucións dos campos eléctricos e magnéticos, equivalentes á composición construtiva ou destrutiva das mesmas.

5. A enerxía mecánica dun oscilador harmónico:

- Duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.
- Duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación.
- Cuadríplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.

SOL.: c

Como a enerxía mecánica é $E = (1/2) k A^2$, resulta que se duplicamos A se cuadruplica E .

6. A ecuación dunha onda transversal de amplitude 4 cm e frecuencia 20 Hz que se propaga no sentido negativo do eixo X cunha velocidade de $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ é:

- $y(x,t) = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \cos[\pi(40t + 2x)] \text{ m}$
- $y(x,t) = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \cos[\pi(40t - 2x)] \text{ m}$
- $y(x,t) = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \cos[2\pi(40t + 2x)] \text{ m}$

SOL. a

A única resposta posible é a a), xa que cumpre que: $\nu = 20 \text{ Hz}$ e $v = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$y(x,t) = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(40\pi t + 2\pi x) \text{ m}$$

Comparando coa ecuación xeral, $y(x,t) = A \cos(\omega t + kx)$:

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 2\pi\nu \rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi} \\ \omega = 40\pi \text{ s}^{-1} \end{array} \right\} \rightarrow \nu = \frac{40\pi}{2\pi} \rightarrow \nu = 20 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{x}{t} \rightarrow v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \\ k = 2\pi \text{ m}^{-1} \\ \nu = 20 \text{ Hz} \end{array} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ m} \rightarrow v = 1 \cdot 20 \rightarrow v = 20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

7. Nun medio homoxéneo e isotrópico, unha fonte sonora produce, a unha distancia r , un son de 40 dB. Se a intensidade do son se fai 100 veces maior, a nova sonoridade, á mesma distancia, será: a) 50 dB ; b) 60 dB ; c) 70 dB.

SOL. b

$$\left. \begin{aligned} S' &= 10 \cdot \log \frac{100I}{I_0} \rightarrow S' = 10 \cdot \left(\log 100 + \log \frac{I}{I_0} \right) \\ S &= 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 40 \text{ dB} \rightarrow \log \frac{I}{I_0} = \frac{40}{10} \end{aligned} \right\} \rightarrow S' = 10 \cdot \left(\log 100 + \frac{40}{10} \right) \rightarrow S' = 60 \text{ dB}$$

8. Nun medio homoxéneo e isotrópico, unha fonte sonora produce, a unha distancia de 1 m, un son de 40 dB. A unha distancia de 10 m, a sonoridade será: a) 10 dB; b) 20 dB; c) 30 dB.

SOL. b

A sonoridade S diminúe coa distancia r ó foco emisor segundo a expresión:

$$\left. \begin{aligned} S &= 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \\ \frac{I}{I_0} &= \frac{r_0^2}{r^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow S = 10 \cdot \log \frac{r_0^2}{r^2}$$

$$\left. \begin{aligned} S &= 10 \cdot \log \frac{r_0^2}{1^2} \\ S' &= 10 \cdot \log \frac{r_0^2}{10^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow S - S' = 10 \cdot \left(\log \frac{r_0^2}{1^2} - \log \frac{r_0^2}{10^2} \right) = 10 \cdot \log \frac{1^2}{10^2} = 10 \cdot \log 100 = 20 \text{ dB}$$

$$40 - S' = 20 \rightarrow S' = 20 \text{ dB}$$

9. O chifre dunha locomotora emite un son de 435 Hz de frecuencia. Se a locomotora móvese achegándose a un observador en repouso, a frecuencia percibida polo observador é: a) 435 Hz; b) maior ca 435 Hz; c) menor ca 435 Hz.

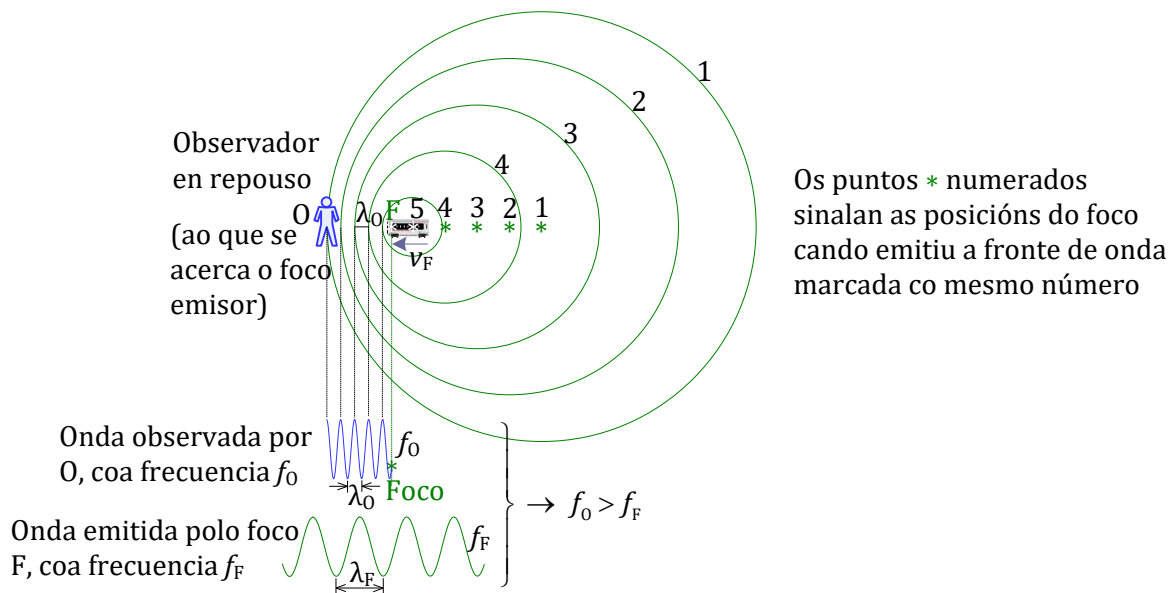
SOL. b

Cando o foco emisor de ondas e e/ou o observador están en movemento relativo con respecto ao medio en que a onda se propaga, a frecuencia das ondas observadas é distinta da frecuencia das ondas emitidas. Este cambio de frecuencia recibe o nome de **efecto Doppler**.

A relación da frecuencia f_0 , que aparece no efecto Doppler, percibida polo observador, que permanece en repouso, coa frecuencia f_F do foco emisor, que se acerca ó observador coa celeridade v_F , vén dada pola expresión:

$$\frac{f_0}{f_F} = \frac{v}{v - v_F}, \text{ sendo } v \text{ a rapidez da onda no medio en que se propaga.}$$

Desta expresión vemos que $f_0 > f_F$.



10. Un ciclista desprázase en liña recta por unha estrada a velocidade constante. Nesta estrada hai dous coches parados, un diante, C1, e outro detrás, C2, do ciclista. Os coches teñen bucinas idénticas pero o ciclista sentirá que a frecuencia das bucinas é: a) maior a de C1; b) a mesma; c) maior a de C2.

SOL. b

Cando o foco emisor de ondas e e/ou o observador están en movemento relativo con respecto ao medio en que a onda se propaga, a frecuencia das ondas observadas é distinta da frecuencia das ondas emitidas. Este cambio de frecuencia recibe o nome de **efecto Doppler**. E a relación da frecuencia f' que aparece no efecto Doppler, percibida polo observador, coa frecuencia f do foco emisor, cando o observador se move con respecto ó foco, que permanece en repouso, vén dada polas expresións:

- Cando o observador se acerca ao foco emisor, que permanece en repouso:

$$\frac{f'_{C1}}{f_{C1}} = \frac{v_{\text{onda no medio}} + v_{\text{Observador}}}{v_{\text{onda no medio}}}$$

- Cando o observador se afasta do foco emisor, que permanece en repouso:

$$\frac{f'_{C2}}{f_{C2}} = \frac{v_{\text{onda no medio}} - v_{\text{Observador}}}{v_{\text{onda no medio}}}$$

De comparar as anteriores expresións resulta que a frecuencia observada polo ciclista do son emitido pola buchina do coche C1, f'_{C1} , ao cal se acerca, é maior que a que observa do coche C2, f'_{C2} , do cal se afasta.