

MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

1. Números e Álgebra:

a) Supoñendo que A e X son matrices cadradas e que $A + I$ é invertible, despexe X na ecuación $A - X = AX$.

b) Se $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, calcule X tal que $A - X = AX$.

2. Números e Álgebra:

Discuta, segundo os valores do parámetro m , o seguinte sistema:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3 - m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$$

3. Análise:

a) Dada a función $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{se } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{se } x \in (e, \infty), \end{cases}$ diga que relación ten que existir entre os parámetros a e b para que f sexa continua e cales teñen que ser os seus valores para que f sexa derivable.

b) Calcule a área da rexión encerrada polo eixe X , a recta $x = 4$ e a gráfica de $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{se } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{se } x \in (e, \infty). \end{cases}$

4. Análise:

a) De entre todos os triángulos rectángulos contidos no primeiro cuadrante que teñen un vértice na orixe, outro sobre a parábola $y = 4 - x^2$, un cateto sobre o eixe X e o outro paralelo ao eixe Y , obteña os catetos e a hipotenusa daquel cuxa área é máxima.

b) Enuncie os teoremas de Bolzano e de Rolle.

5. Xeometría:

a) Estude a posición relativa dos planos $\pi_1: mx - y + 2 = 0$ e $\pi_2: 2x + 3y = 0$ en función do parámetro m .

b) Obteña a ecuación implícita do plano que pasa polos puntos $A(0,0,0)$, $B(1,0,1)$ e $C(0,1,0)$.

6. Xeometría:

a) Obteña a ecuación implícita do plano que pasa polo punto $P(1, -3, 0)$ e é perpendicular á recta
$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$$

b) Calcule a distancia do punto $Q(1, 1, 1)$ ao plano $\pi: -x + y + z + 4 = 0$ e o punto simétrico de Q respecto a π .

7. Estatística e Probabilidade:

O 40% dos habitantes dunha certa comarca teñen camelias, o 35% teñen rosas e o 21% teñen camelias e rosas. Se se elixe ao azar a un habitante desa comarca, calcule as tres probabilidades seguintes: de que non teña nin camelias nin rosas; de que teña rosas, sabendo que ten camelias; e de que soamente teña rosas ou soamente teña camelias.

8. Estatística e Probabilidade:

Nun determinado lugar, a temperatura máxima durante o mes de xullo segue unha distribución normal de media 25°C e desviación típica 4°C. Calcule a probabilidade de que a temperatura máxima dun certo día estea comprendida entre 21°C e 27.2°C. En cantos días do mes se espera que a temperatura máxima permaneza dentro dese rango?

MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

1. Números y Álgebra:

a) Suponiendo que A y X son matrices cuadradas y que $A + I$ es invertible, despeje X en la ecuación $A - X = AX$.

b) Si $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, calcule X tal que $A - X = AX$.

2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema:
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ my + (3 - m)z = -6, \\ 2x - y + mz = 6. \end{cases}$$

3. Análisis:

a) Dada la función $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ ax + b & \text{si } x \in (e, \infty), \end{cases}$ diga qué relación tiene que existir entre los parámetros a y b para que f sea continua y cuáles tienen que ser sus valores para que f sea derivable.

b) Calcule el área de la región encerrada por el eje X , la recta $x = 4$ y la gráfica de $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \in (0, e], \\ \frac{x}{e} & \text{si } x \in (e, \infty). \end{cases}$

4. Análisis:

a) De entre todos los triángulos rectángulos contenidos en el primer cuadrante que tienen un vértice en el origen, otro sobre la parábola $y = 4 - x^2$, un cateto sobre el eje X y el otro paralelo al eje Y , obtenga los catetos y la hipotenusa de aquel cuya área es máxima.

b) Enuncie los teoremas de Bolzano y de Rolle.

5. Geometría:

a) Estudie la posición relativa de los planos $\pi_1: mx - y + 2 = 0$ y $\pi_2: 2x + 3y = 0$ en función del parámetro m .

b) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos $A(0,0,0)$, $B(1,0,1)$ y $C(0,1,0)$.

6. Geometría:

a) Obtenga la ecuación implícita del plano que pasa por el punto $P(1, -3, 0)$ y es perpendicular a la recta
$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ y - z = 0. \end{cases}$$

b) Calcule la distancia del punto $Q(1, 1, 1)$ al plano $\pi: -x + y + z + 4 = 0$ y el punto simétrico de Q respecto a π .

7. Estadística y Probabilidad:

El 40% de los habitantes de una cierta comarca tienen camelias, el 35% tienen rosas y el 21% tienen camelias y rosas. Si se elige al azar a un habitante de esa comarca, calcule las tres probabilidades siguientes: de que no tenga ni camelias ni rosas; de que tenga rosas, sabiendo que tiene camelias; y de que solamente tenga rosas o solamente tenga camelias.

8. Estadística y Probabilidad:

En un determinado lugar, la temperatura máxima durante el mes de julio sigue una distribución normal de media 25°C y desviación típica 4°C . Calcule la probabilidad de que la temperatura máxima de un cierto día esté comprendida entre 21°C y 27.2°C . ¿En cuántos días del mes se espera que la temperatura máxima permanezca dentro de ese rango?